



PERÚ
Ministerio
de Educación



RUTAS DEL APRENDIZAJE

¿Qué y cómo aprenden
nuestros adolescentes?



Número y operaciones

Cambio y relaciones

VI CICLO

Primer y segundo grados de Educación Secundaria

HOY EL PERÚ TIENE UN COMPROMISO: MEJORAR LOS APRENDIZAJES
TODOS PODEMOS APRENDER, NADIE SE QUEDA ATRÁS

MOVILIZACIÓN NACIONAL POR LA MEJORA DE LOS APRENDIZAJES

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Av. De la Arqueología, cuadra 2 - San Borja
Lima, Perú
Teléfono 615-5800
www.minedu.gob.pe

Versión 1.0

Tiraje: 51 800 ejemplares

Emma Patricia Salas O'Brien

Ministra de Educación

José Martín Vegas Torres

Viceministro de Gestión Pedagógica

Equipo coordinador de las Rutas del Aprendizaje:

Ana Patricia Andrade Pacora, directora general de Educación Básica Regular
Neky Vanetty Molinero Nano, directora de Educación Inicial
Flor Aidee Pablo Medina, directora de Educación Primaria
Darío Abelardo Ugarte Pareja, director de Educación Secundaria

Asesor general de las Rutas del Aprendizaje:

Luis Alfredo Guerrero Ortiz

Equipo pedagógico:

Pedro David Collanqui Díaz
Rôger Saavedra Salas
Holger Saavedra Salas, asesor
Antonietta de Ferro, asesora

Agradecimientos:

Agradecemos la colaboración de Oscar Hernández Chingay y Eduardo Isaac Gómez Cassazola, al Colegio de Aplicación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, equipo de IPEBA y UMC.

Corrección de estilo: Tania Trejo Serrano

Diseño gráfico y diagramación: Haydé Pumacayo Condori

Ilustraciones: Haydé Pumacayo Condori

Equipo editor: Juan Enrique Corvera Ormeño, Carmen Rosa León Ezcurra, Luis Fernando Ortiz Zevallos

Impreso por:

Corporación Gráfica Navarrete S.A.
Carretera Central 759 Km 2 Santa Anita – Lima 43
RUC 20347258611

Distribuido gratuitamente por el Ministerio de Educación. Prohibida su venta.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: N.º 2013-xxxxx

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

Estimada (o) docente:

Queremos saludarte y reiterar el aprecio que tenemos por tu labor. Es por ello que en el Ministerio de Educación estamos haciendo esfuerzos para comenzar a mejorar tus condiciones laborales y de ejercicio profesional. Esta publicación es una muestra de ello.

Te presentamos las «Rutas del Aprendizaje», un material que proporciona orientaciones para apoyar tu trabajo pedagógico en el aula. Esperamos que sean útiles para que puedas seguir desarrollando tu creatividad pedagógica. Somos conscientes que tú eres uno de los principales actores para que todos los estudiantes puedan aprender y que nuestra responsabilidad es respaldarte en esa importante misión.

Esta es una primera versión, a través del estudio y uso que hagas de ellas, así como de tus aportes y sugerencias, podremos mejorarlas para contribuir cada vez mejor en tu trabajo pedagógico. Te animamos entonces a caminar por las rutas del aprendizaje. Nosotros ponemos a tu disposición el portal de Perú Educa para que nos envíes tus comentarios, aportes y creaciones; nos comprometemos a reconocer tus aportes, realizar seguimiento y sistematizarlos. A partir de ello, mejorar el apoyo del Ministerio de Educación a la labor de los maestros y maestras del Perú.

Sabemos de tu compromiso para hacer posible que cambiemos la educación y cambiemos todos en el país. Tú eres parte del equipo de la transformación, junto al director y con los padres y madres de familia, eres parte de la gran Movilización Nacional por la Mejora de los Aprendizajes.

Te invitamos, a ser protagonista en este movimiento ciudadano y a compartir el compromiso de lograr que todos los niños, niñas y adolescentes puedan aprender y nadie se quede atrás.

Patricia Salas O'Brien
Ministra de Educación

Índice

Introducción	7
I. ¿Qué entendemos por enseñar y aprender en Matemática?	9
II. ¿Qué aprenden nuestros adolescentes?	15
III. ¿Cómo podemos facilitar los aprendizajes?	21
3.1 Desarrollando escenarios de aprendizaje	21
3.2 Articulando la progresión del conocimiento matemático en el VI ciclo de la EBR	22
3.3 Planificando nuestras unidades y sesiones considerando los indicadores propuestos	24
3.4 Reconociendo escenarios, herramientas y condiciones didácticas para desarrollar las capacidades matemáticas	26
3.5 Promoviendo tareas matemáticas articuladas	32
3.6 Resolviendo problemas	33
3.7 Fases de la resolución de problemas	34
3.8 Promoviendo el trabajo cooperativo	35
IV. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizaje respecto a los números enteros?	36
4.1 Algunas situaciones de aprendizaje	37
4.2 Algunas actividades para el desarrollo de las capacidades vinculadas a los números enteros	49
V. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizaje respecto a los números racionales?	62
5.1 Algunas situaciones de aprendizaje	63
5.2 Algunas actividades para el desarrollo de las capacidades vinculadas a los números racionales	70
VI. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizaje respecto a la función lineal?	78
6.1 Algunas situaciones de aprendizaje	79
6.2 Algunas actividades para el desarrollo de las capacidades vinculadas a la función lineal	92
Bibliografía	99

Introducción

El Proyecto Educativo Nacional establece, en su segundo objetivo estratégico, la necesidad de transformar las instituciones de Educación Básica de manera tal que asegure una educación pertinente y de calidad, en la que todos los niños, niñas y adolescentes puedan realizar sus potencialidades como persona y aportar al desarrollo social. Es en este marco que el Ministerio de Educación, como una de sus políticas priorizadas, busca asegurar que: *Todos y todas logran aprendizajes de calidad con énfasis en comunicación, matemática, ciudadanía, ciencia, tecnología y productividad.*

En el ámbito de la matemática, nos enfrentamos al reto de desarrollar las competencias y capacidades matemáticas en su relación con la vida cotidiana. Es decir, como un medio para comprender, analizar, describir, interpretar, explicar, tomar decisiones y dar respuesta a situaciones concretas, haciendo uso de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas.

Reconociendo este desafío se ha trabajado el presente fascículo, que llega hoy a tus manos, como parte de las rutas de aprendizaje, y busca ser una herramienta para que nuestros estudiantes puedan aprender. En él se formulan seis capacidades matemáticas que permiten hacer más visible el desarrollo de la competencia matemática y trabajarla de forma integral. Se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas desde el cual, a partir de una situación problemática, se desarrollan las seis capacidades matemáticas, en forma simultánea, configurando el desarrollo de la competencia.

En este fascículo encontrarás:

- Algunas creencias que aún tenemos los docentes en nuestras prácticas educativas y que, con espíritu innovador, tenemos que corregir.
- Los estándares de aprendizaje que los estudiantes deben lograr al término de los ciclos VI y VII de la Educación Básica Regular, en dos dominios: número y operaciones, cambio y relaciones.

- Las competencias y capacidades cuyo desarrollo permitirá alcanzar esos estándares de aprendizaje, con mayor énfasis en el primer dominio.
- Orientaciones respecto de cómo facilitar el desarrollo de las competencias y capacidades matemáticas vinculadas a los dominios de número y operaciones, cambio y relaciones.

Esperamos que este fascículo contribuya en tu labor cotidiana. Por nuestra parte estaremos muy atentos a tus aportes y sugerencias para ir mejorándolo en las próximas ediciones, de manera que sea lo más pertinente y útil para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

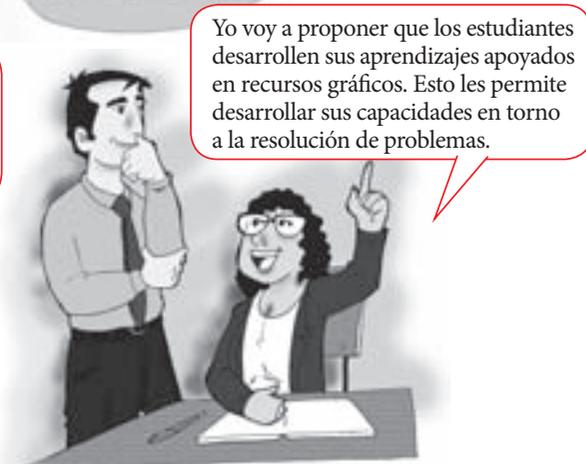
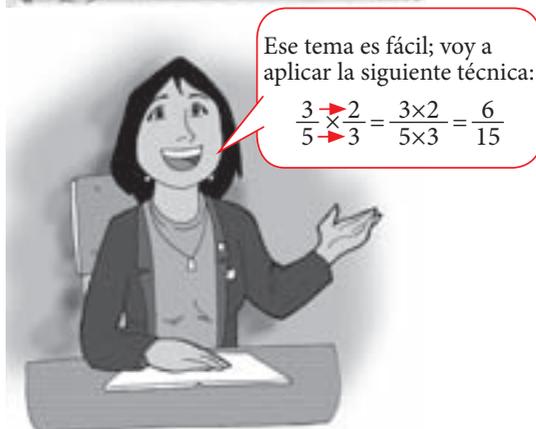
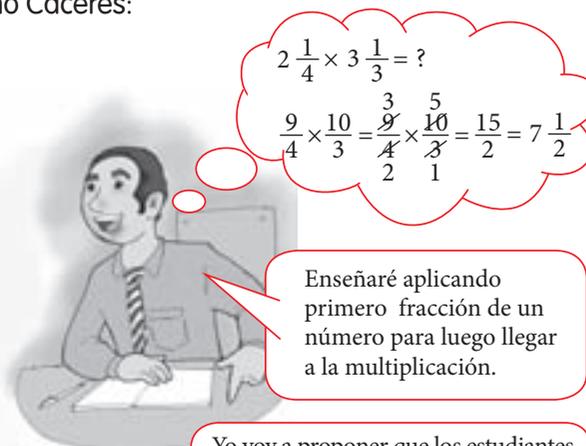
I. ¿Qué entendemos por enseñar y aprender en Matemática?

Nuestras creencias, es decir, nuestra visión particular de las matemáticas, influyen sobre lo que hacemos en clase y sobre cómo aprenden nuestros estudiantes.

A continuación, presentamos dos situaciones de enseñanza que te permitirán reflexionar y mejorar tu práctica pedagógica.

Creencia: Desarrollar aprendizajes en el campo numérico es hacer solamente números.

Un grupo de docentes de la IE Andrés Avelino Cáceres:



Para resolver este problema, veremos cómo, empleando hojas cuadriculadas, podemos hacer ciertas operaciones.



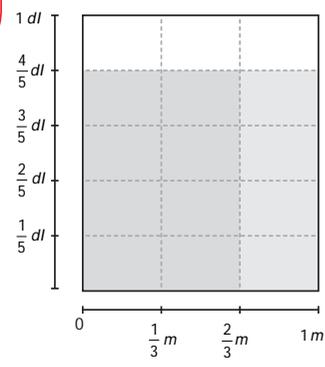
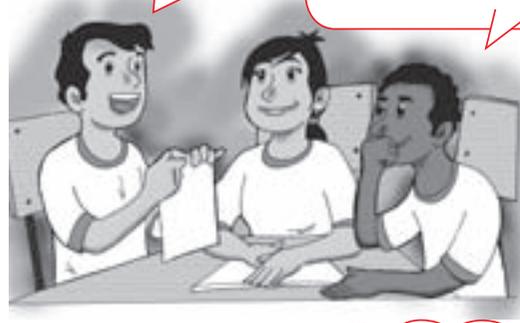
Esto parece interesante al trabajar con hojas.

¿Qué ocurre si sombreamos esta parte?
¿Cómo la expresariamos en fracción?



Por un lado de la hoja, dividimos en 5 partes; por el otro lado la dividimos en 3.

Pintamos $4/5$ de la hoja y, con otro color, los $2/3$ de ella.

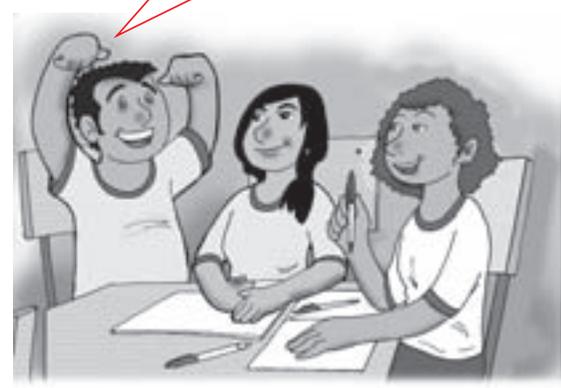


La parte coloreada corresponde a $\frac{1}{5}$ dl
 La parte coloreada más oscura representa la cantidad para $\frac{2}{3}$ m
 Entre ambos se obtiene 8 partes, cada una de ellas representa $\frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15}$
 Por lo tanto la parte coloreada más oscura corresponde a $\frac{1}{5 \times 3} \times 8 = \frac{8}{15}$ dl

Veo que mis estudiantes han desarrollado el significado de las operaciones con fracciones.



Este nuevo problema lo resolví empleando la representación gráfica.



Reflexiones:

¿Cuáles son las concepciones que tienen los docentes respecto a la representación en esta historieta?

En la primera parte de la historia, se reconoce a un grupo de docentes planificando sus sesiones de aprendizaje, en las que plantean desarrollar los conocimientos matemáticos asociados a procedimientos algorítmicos. Asimismo, se reconoce que las ideas están girando sobre situaciones alejadas de la realidad e intereses de los estudiantes.

En ese sentido, el informe pedagógico n.º 17 de los resultados de la Evaluación Nacional 2004 realizada por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) ha reconocido que los estudiantes presentan dificultades en el manejo de las nociones de número en el conjunto de los racionales. Para poder desarrollar el significado del número racional, es necesario que el estudiante elabore las diversas representaciones, pues ellas posibilitan que se tenga una profundidad en los conceptos y procedimientos matemáticos.

En la segunda parte de la historia, se evidencia cómo, a partir de una situación problemática, los estudiantes ponen en práctica operaciones de multiplicación de fracciones, se apoyan en procesos de manipulación del material concreto y participan. Además, se reconoce el papel orientador que tiene el docente. Se muestra una correspondencia de esta situación de aprendizaje con el desarrollo de un enfoque por competencias.

¿Cuáles son los aspectos positivos a rescatar de esta situación?

- La planificación que realizan los docentes para desarrollar los aprendizajes en sus estudiantes.
- El enfrentar a los estudiantes a una situación problemática que genere un reto en ellos.
- El trabajo con material concreto que permita interpretar, comprender y poner en práctica diversos procedimientos matemáticos.

¿Por qué es importante promover actividades de representación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el nivel secundario?

El proceso de aprendizaje de la matemática implica el desarrollo de numerosos sistemas de representación (verbal, gráfico, simbólico, analítico), de tal forma que cada uno de ellos aporta nuevos significados y procesos para el desarrollo de los aprendizajes, por lo que:

- La formación del pensamiento científico y matemático es inseparable del desarrollo de representaciones variadas en torno a los objetos y sus relaciones.
- Las representaciones a partir del contexto son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática y para la comunicación.
- Las representaciones mentales no son independientes de las representaciones que realiza el estudiante en el contexto.
- La pluralidad de sistemas de representación en el contexto permite una variedad de representaciones de un mismo objeto que orientan el desarrollo de habilidades y, por tanto, de sus representaciones mentales.

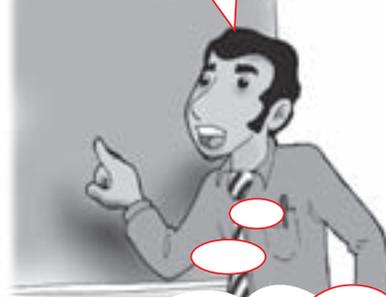
REPRESENTAR SITUACIONES ES IMPORTANTE PARA RESOLVER PROBLEMAS

Creencia: Aprender las fórmulas es hacer matemática.

En un aula de segundo grado de Secundaria de la IE San Luis Gonzaga:



La función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales y se denota así: $f(x) = ax + b$
Por ejemplo: $f(x) = 2x + 5$



Veo que los estudiantes tienen muchas inquietudes; quizá deba cambiar el planteamiento a desarrollar.

Profesora Andrea, ayer mis estudiantes se cuestionaron mucho respecto a las funciones lineales.



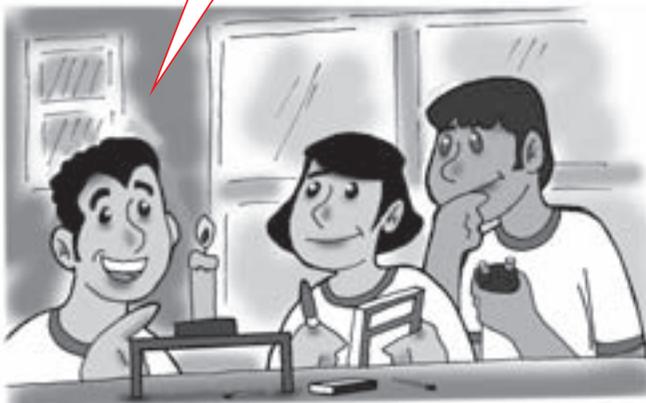
Ah, ese problema lo tuve el año pasado. Este año planifiqué comenzar proponiendo un experimento relacionando longitud y tiempo. Me resultó.

Los estudiantes registran, en intervalos de tiempo, cuánto de distancia se consume en una vela y, posteriormente, lo registran en una tabla.

Es interesante lo que propones, lo voy a poner en práctica.



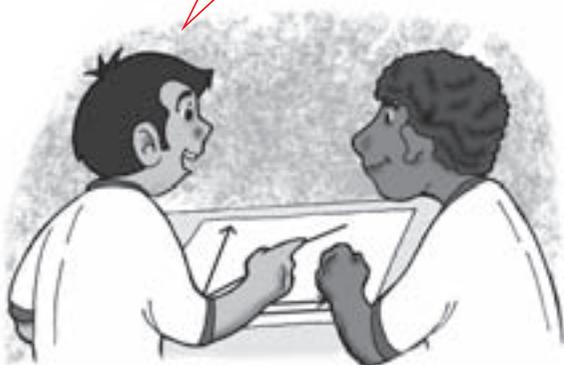
La vela disminuye su longitud al transcurrir el tiempo.



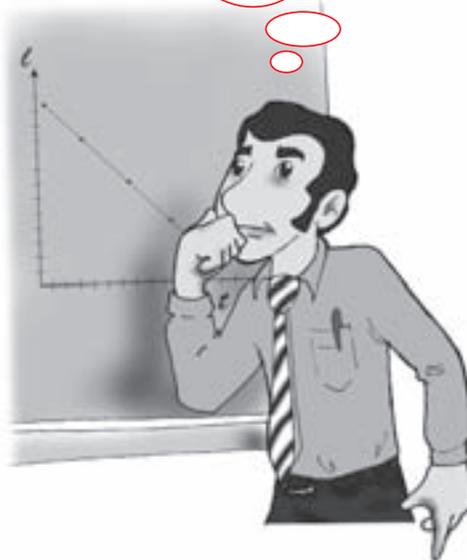
Hay una relación entre intervalos iguales de tiempo y las distancias en que se consume la vela en ese intervalo.



Con los datos obtenidos y ordenados en el plano cartesiano se forma una línea oblicua.



Hoy día sí han aprendido mis estudiantes. Están más contentos y con ganas de investigar. La próxima sesión será mejor.



Reflexiones:

¿Cuáles son las concepciones que tienen los docentes respecto a la representación en esta historieta?

En la primera parte, se reconoce al docente que está desarrollando una sesión de clase de forma tradicional, en la que los estudiantes aprenden de forma pasiva y reciben el conocimiento directamente. Se evidencia en ellos, además, una serie de interrogantes y dudas sobre la utilidad de lo que están aprendiendo.

En la segunda parte de la historia, los estudiantes realizan un experimento en el cual ellos empiezan a establecer relaciones entre las magnitudes reconocidas; es decir, desarrollan prácticas que tienen sentido para ellos y son significativas debido a que están relacionadas con sus saberes previos y contexto.

En la actualidad, las investigaciones sobre “cómo” y “qué deben” aprender los estudiantes en la comprensión de **cambio y relaciones** muestran cuatro grandes enfoques didácticos, como lo señalan Drijvers y Hendrikus (2003). Uno de ellos es “el estudio de las funciones como relaciones entre variables”. Esto implica generar espacios donde el estudiante reconozca diversas variables y dé sentido al desarrollo de la función.

¿Cuáles son los aspectos positivos a rescatar de esta situación?

- El proceso de reflexión e interés del docente por preocuparse de que los estudiantes verdaderamente aprendan.
- El proceso comunicativo al interior del equipo docente para transmitir las experiencias que han reportado éxito en la mejora de aprendizajes.
- El desarrollo de un espíritu de indagación y exploración por parte de los estudiantes frente a la tarea propuesta.
- El desarrollo de un espacio de comunicación fluida entre los jóvenes para reconocer y plantear sus ideas matemáticas.

¿Por qué es importante promover actividades de experimentación en el proceso de enseñanza y aprendizaje en la matemática en el nivel secundario?

- Construimos conocimiento en nuestros estudiantes de una forma significativa al hacer que interactúen con el medio, lo interpreten y construyan modelos para explicar lo que se está presentando.
- Habitamos a los estudiantes a una metodología de indagación y experimentación al tener que aplicarla en la resolución de situaciones que ilustran principios y conceptos matemáticos.
- Es una de las mejores herramientas para motivar y aprender.
- La asimilación de conceptos es óptima y duradera.
- Formamos estudiantes con una inclinación positiva hacia la matemática, evitando el rechazo que pudiera darse por el empleo de estrategias didácticas inadecuadas.

MATEMATIZAR EL MUNDO ES MÁS QUE ELABORAR FÓRMULAS

II. ¿Qué aprenden nuestros adolescentes?

El fin de la educación es lograr que los estudiantes desarrollen competencias, las cuales son definidas como un saber actuar en un contexto particular, en función de un objetivo o la solución de un problema. Este saber actuar debe ser pertinente a las características de la situación y a la finalidad de nuestra acción. Para tal fin, se seleccionan o se ponen en acción las diversas capacidades y recursos del entorno.

En este fascículo se trabajan dos competencias matemáticas relacionadas con:

- Resolución de situaciones problemáticas en número y operaciones.
- Resolución de situaciones problemáticas en cambio y relaciones.

Competencia, capacidades e indicadores en número y operaciones

En número y operaciones se desarrolla la siguiente competencia:

Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los números y sus operaciones, empleando diversas estrategias de solución, justificando y valorando sus procedimientos y resultados.

El estándar de aprendizaje que los estudiantes deben lograr al término del VI ciclo es:

Representa cantidades discretas o continuas mediante números enteros y racionales en su expresión fraccionaria y decimal en diversas situaciones. Compara y establece equivalencias entre números enteros, racionales y porcentajes; relaciona los órdenes del sistema de numeración decimal con potencias de base diez. Selecciona unidades convencionales e instrumentos apropiados para describir y comparar la masa de objetos en toneladas o la duración de un evento en décadas o siglos. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra, determinar aumentos o descuentos porcentuales sucesivos, relacionar magnitudes directa o inversamente proporcionales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Relaciona la potenciación y la radicación como procesos inversos (Mapa de Progreso de Matemática: Número y operaciones).

En este fascículo, un indicador se relaciona con más de una capacidad. Por lo tanto, para dar cuenta del logro de las capacidades matemáticas, se requiere hacer una lectura del conjunto de indicadores.

NÚMERO Y OPERACIONES - VI CICLO

INDICADORES

PRIMER GRADO DE SECUNDARIA

SEGUNDO GRADO

Construcción del significado y uso de los números enteros en situaciones problemáticas opuestas y relativas con cantidades discretas

- Describe situaciones (ganancia-pérdida, ingreso-egreso, orden cronológico, altitud y temperaturas) que no se pueden explicar con los números naturales.
- Examina situaciones de cambio, agrupación, comparación escalar.
- Asigna a cantidades el signo positivo o negativo en situaciones contextualizadas.
- Ordena datos en esquemas de organización que expresan cantidades y operaciones.
- Expresa la imposibilidad de la solución en situaciones de sustracción con los números naturales para extender los números naturales a los enteros.
- Explica las condiciones de opuesto y valor absoluto.
- Elabora estrategias para ordenar y comparar cantidades (asociadas al número entero) en la recta numérica.
- Usa las expresiones $=$, $<$, $>$, \leq , \geq para establecer relaciones de orden entre los números enteros.
- Emplea el valor absoluto “| |” de un número entero para expresar la distancia que existe entre el número y el cero en la recta numérica.
- Generaliza condiciones de los valores numéricos en torno al aumentar y disminuir, empleando la recta numérica.
- Justifica procesos de resolución de problemas aditivos, multiplicativos, de potenciación y radicación.

Construcción del significado y uso de los números racionales en situaciones problemáticas con cantidades continuas mensurables

- Experimenta y describe situaciones de medición (masa, tiempo, longitud, capacidad de almacenamiento en bytes).
- Ordena datos en esquemas de organización que expresan porcentajes, fracciones y decimales.
- Expresa representaciones distintas de un mismo número entero y racional, usando fracciones, decimales (hasta décimas) y porcentajes.
- Plantea estrategias de representación (pictórica, gráfica y simbólica).
- Explica la pertinencia de usar el número racional en su expresión fraccionaria, decimal y porcentual en diversos contextos para el desarrollo de su significado.
- Usa la recta numérica para establecer relaciones de orden y comparación entre los números enteros y racionales.
- Usa las expresiones $=$, $<$, $>$, \leq , \geq para establecer relaciones de orden y comparación entre los números racionales expresados en fracciones homogéneas y expresiones de posición del sistema de numeración decimal (décimos, unidad, decena, centena, etc.).
- Generaliza procedimientos para hallar la fracción generatriz de un número decimal exacto periódico puro y periódico mixto.

Construcción del significado y uso de los números racionales en situaciones problemáticas con cantidades continuas mensurables

- Experimenta y describe situaciones de medición (masa, tiempo, longitud, capacidad de almacenamiento en bytes).
- Expresa representaciones distintas de un mismo número racional usando fracciones, decimales (hasta centésimos), notación científica y porcentajes.
- Plantea estrategias de representación (pictórica, gráfica y simbólica).
- Explica el uso de las representaciones de números racionales y las operaciones pertinentes.
- Usa la recta numérica para establecer relaciones de orden, comparación y densidad entre los números racionales.
- Usa las expresiones $=$, $<$, $>$, \leq , \geq para establecer relaciones de orden y comparación entre los números racionales expresados en fracciones homogéneas y mixtas y expresiones de posición del sistema de numeración decimal (centésimos, décimos, unidad, decena, etc.).
- Explica la condición de densidad entre dos números racionales.
- Justifica el uso de la recta numérica en la resolución de situaciones problemáticas de orden en los números racionales.

CAPACIDADES GENERALES

Matematiza situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.

Representa situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.

Comunica situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.

<p>Elabora estrategias haciendo uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.</p>	<p>Construcción del significado y uso de la divisibilidad en situaciones problemáticas de ordenamiento y distribución de filas con cantidades discretas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce situaciones de distribución y ordenamiento en filas, en las que se requiere el uso de múltiplos y divisores. • Ordena datos y los representa en esquemas de organización de múltiplo, divisor, factor, y divisibilidad en los números naturales. • Utiliza esquemas gráficos (diagramas de flechas, diagramas de Venn, diagramas de árbol) para resolver situaciones problemáticas con múltiplos y divisores, especialmente de MCD y MCM. • Explica de forma resumida la estrategia de resolución empleada. • Aplica propiedades de divisibilidad para resolver situaciones problemáticas contextualizadas. • Utiliza factores primos en la descomposición de un número, mínimo común múltiplo y máximo común divisor para resolver problemas contextualizados. • Justifica las características de los múltiplos, divisores, factores y criterios de divisibilidad basados en procesos de inducción y deducción. • Justifica los procesos de resolución del problema. 	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con números enteros en situaciones problemáticas opuestas y relativas con cantidades discretas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta situaciones (ganancia-pérdida, ingresos-egresos) que no se pueden explicar con los números naturales. • Ordena datos en esquemas de organización que expresan cantidades y operaciones aditivas y multiplicativas con números enteros, incluyendo la potenciación. • Elabora estrategias para resolver operaciones del aditivo y del multiplicativo, incluyendo la potencia. • Aplica las reglas de signos en operaciones aditivas y multiplicativas. • Utiliza las propiedades de la potencia con exponente entero y base entera. • Utiliza propiedades de aditivas, multiplicativas, de potenciación (exponente natural y base entero positiva y de radicación). • Generaliza condiciones de los valores numéricos en torno a aumentar y disminuir, empleando la recta numérica. • Explica la relación entre la potencia y raíces como operación inversa. • Justifica procesos de resolución de problemas aditivos, multiplicativos, de potenciación y radicación con números enteros. 	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con números racionales en situaciones problemáticas con cantidades continuas mensurables</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe situaciones de medición (masa, tiempo, longitud, capacidad de almacenamiento en bytes). • Ordena datos en esquemas de organización que expresan porcentajes, fracciones y decimales a partir de cantidades. • Manifiesta acuerdos consensuados para el reconocimiento de las propiedades aditivas, multiplicativas, de potenciación y radicación. • Aplica variadas estrategias para resolver problemas que involucran operaciones entre fracciones, relaciones de magnitudes proporcionales directas, aumentos y descuentos de porcentajes. • Aplica las propiedades de las operaciones en números racionales. • Justifica que la adición, la sustracción, la multiplicación y la división, la potenciación y la radicación son procesos de relación inversa. • Justifica los procesos de resolución del problema. • Explica el uso de las representaciones de números racionales y las operaciones pertinentes. 	<p>Construcción del significado de las operaciones con números racionales en situaciones problemáticas con cantidades continuas mensurables</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe situaciones de medición (masa, tiempo, longitud, capacidad de almacenamiento en bytes). • Ordena datos en esquemas de organización que expresan porcentajes, fracciones y decimales y notación científica. • Manifiesta acuerdos consensuados para el reconocimiento de las propiedades aditivas, multiplicativas, de potenciación y radicación. • Diseña estrategias heurísticas para resolver problemas que involucran las equivalencias entre los números naturales, enteros y racionales en contextos diversos. • Aplica variadas estrategias para resolver situaciones problemáticas que involucran operaciones entre fracciones, relaciones de magnitudes proporcionales (directa e inversa), aumentos y descuentos de porcentajes sucesivos. • Aplica las propiedades de las operaciones en números racionales. • Justifica procesos de relación inversa entre la suma y la resta, la multiplicación y la división, la potenciación y la radicación. • Justifica los procesos de resolución del problema.
---	--	---	--	---

Competencia, capacidades e indicadores en cambio y relaciones

En cambio y relaciones se desarrolla la siguiente competencia:

Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los patrones, igualdades, desigualdades, relaciones y funciones, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados.



En la figura adjunta se esquematiza la competencia matemática en cambio y relaciones. En ella confluyen las seis capacidades matemáticas generales que se movilizan de manera sistémica con los conocimientos de patrones, ecuaciones e inequaciones, relaciones y funciones para resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana.

Adaptación: Modelo de competencia matemática de Mogens Niss, 2011.

El estándar de aprendizaje que los estudiantes deben lograr al término del VI ciclo es:

Interpreta y crea patrones geométricos que se generan al aplicar traslaciones, reflexiones o rotaciones y progresiones aritméticas con números naturales en las que generaliza y verifica la regla de formación y la suma de sus términos. Interpreta que una variable puede representar también un valor que cambia. Identifica el conjunto de valores que puede tomar un término desconocido para verificar una desigualdad. Representa las condiciones planteadas en una situación problemática mediante ecuaciones lineales; simplifica expresiones algebraicas, comprueba equivalencias y argumenta los procedimientos seguidos. Modela diversas situaciones de cambio mediante relaciones de proporcionalidad inversa, funciones lineales y afines; las describe y representa en tablas, en el plano cartesiano y con expresiones algebraicas. Conjetura cuando una relación entre dos magnitudes tiene un comportamiento lineal; formula, comprueba y argumenta conclusiones (Mapa de Progreso de Matemática: Cambio y relaciones).

En este fascículo, un indicador se relaciona con más de una capacidad. Por lo tanto, para dar cuenta del logro de las capacidades matemáticas, se requiere hacer una lectura del conjunto de indicadores.

CAMBIO Y RELACIONES - VI CICLO

CAPACIDADES GENERALES	INDICADORES	
	PRIMER GRADO DE SECUNDARIA	SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA
<p>Matematiza situaciones que involucran regularidades, equivalencias y cambios en diversos contextos.</p> <p>Representa situaciones que involucran regularidades, equivalencias y cambios en diversos contextos.</p> <p>Comunica situaciones que involucran regularidades, equivalencias y cambios en diversos contextos.</p>	<p>Construcción del significado y uso de los patrones aditivos, geométricos y progresión aritmética en situaciones problemáticas que involucran regularidades</p> <ul style="list-style-type: none"> • Crea regularidades usando patrones geométricos de implicancia artística y cotidiana. • Crea regularidades artísticas y cotidianas expresadas en gráficos. • Ordena datos en esquemas a partir del reconocimiento de regularidades de patrones aditivos, geométricos y progresiones aritméticas. • Explica, a partir de procedimientos de construcción, la rotación y traslación para el desarrollo del significado de patrones geométricos. • Explica procedimientos inductivos usados en la obtención de patrones geométricos, aditivos y ley de formación de las progresiones aritméticas. • Describe con sus propias palabras el patrón de formación aditivo y geométrico en la resolución de situaciones problemáticas. • Utiliza expresiones tabulares y algebraicas para obtener la regla de formación en progresiones aritméticas. • Aplica la regla de formación en los patrones aditivos y geométricos para la construcción de una sucesión de repetición. • Explica mediante ejemplos las implicancias de variar las reglas de formación de patrones geométricos, aditivos y la regla de formación de progresiones aritméticas. • Manifiesta acuerdo de grupo respecto a patrones aditivos, geométricos y progresiones aritméticas. • Verifica la ley de formación y la suma de los términos de una progresión aritmética. • Justifica los procesos de resolución del problema. <p>Construcción del significado y uso de las ecuaciones e inequaciones lineales en situaciones problemáticas que involucran situaciones de equivalencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta situaciones de equivalencia en diversos contextos para el desarrollo del significado de las ecuaciones lineales con coeficientes N y Z. • Experimenta situaciones reales o simuladas de desigualdades para el desarrollo del significado de las inequaciones lineales con coeficientes N y Z. • Ordena datos en esquemas para el establecimiento de equivalencias mediante ecuaciones lineales. • Expresa el conjunto solución de ecuaciones lineales e inequaciones lineales. • Justifica los procesos de resolución del problema. 	<p>Construcción del significado y uso de los patrones geométricos y progresión aritmética en situaciones problemáticas que involucran regularidades</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diseña regularidades usando patrones con la traslación, la reflexión y la rotación geométrica, de implicancia artística y cotidiana. • Crea regularidades artísticas y cotidianas expresadas en gráficos. • Ordena datos en esquemas a partir del reconocimiento de regularidades en patrones geométricos y progresiones aritméticas. • Expone las condiciones de rotación, traslación y reflexión compuestas en patrones geométricos. • Explica procedimientos inductivos usados en la obtención de patrones geométricos, multiplicativos y ley de formación de las progresiones geométricas. • Describe con sus propias palabras la regla de formación de la progresión aritmética y el patrón geométrico. • Utiliza expresiones tabulares y algebraicas para obtener la regla de formación en progresiones aritméticas. • Aplica la regla de formación en los patrones geométricos para la construcción de una sucesión de repetición. • Explica mediante ejemplos las implicancias de variar las reglas de formación de los patrones geométricos y las progresiones aritméticas. • Manifiesta acuerdo de grupo respecto a patrones geométricos y progresiones aritméticas. • Verifica la regla de formación y la suma de los términos de una progresión aritmética. • Justifica los procesos de resolución del problema. <p>Construcción del significado y uso de las ecuaciones e inequaciones lineales en situaciones problemáticas que involucran situaciones de equivalencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diseña modelos de situaciones reales o simuladas para el desarrollo del significado de inequaciones lineales con coeficientes N y Z. • Señala situaciones de equivalencia en contextos reales o simulados para el desarrollo del significado de una relación lineal. • Ordena datos en esquemas para el establecimiento de equivalencias mediante ecuaciones lineales. • Expresa el conjunto solución de ecuaciones lineales. • Justifica los procesos de resolución del problema.

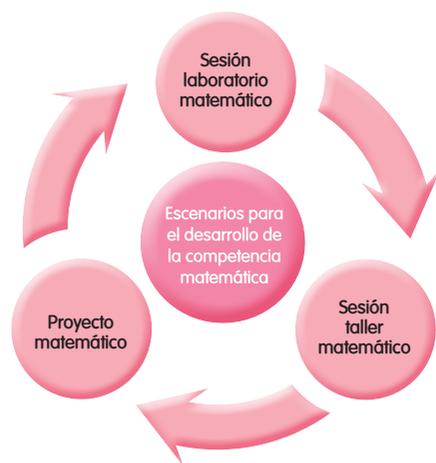
<p>Elabora estrategias haciendo uso de los patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p> <p>Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales de los patrones, relaciones y funciones en la resolución de problemas.</p> <p>Argumenta el uso de los patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Expresa la diferencia entre expresión algebraica, ecuación e inecuación lineal a partir de situaciones problemáticas. • Ubica en el plano cartesiano el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales de dos variables. • Explica el proceso de resolución de situaciones problemáticas que implican el uso de ecuaciones e inecuaciones lineales. • Elabora estrategias heurísticas para resolver problemas que involucran ecuaciones e inecuaciones. • Usa operaciones aditivas y multiplicativas para obtener expresiones equivalentes en situaciones de igualdades y desigualdades. • Utiliza operaciones aditivas y multiplicativas en expresiones algebraicas para resolver situaciones problemáticas que implican ecuaciones e inecuaciones lineales de una variable. • Reduce términos semejantes para resolver situaciones problemáticas que implican ecuaciones e inecuaciones lineales de una variable. • Explica que la equivalencia entre dos ecuaciones algebraicas se mantiene si se realizan las mismas operaciones en ambas partes de una igualdad. • Justifica los procesos de resolución del problema. <p>Construcción del significado y uso de la proporcionalidad y funciones lineales en situaciones problemáticas de variación (costo-cantidad, distancia-tiempo, costo-tiempo, altura-base)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta situaciones de cambio para el desarrollo del significado de la proporcionalidad directa y la función lineal. • Ordena datos en esquemas para el establecimiento de relaciones de proporcionalidad directa y de dependencia lineal. • Expresa en forma gráfica, tabular o algebraica las relaciones de proporcionalidad directa y de dependencia lineal. • Explica el proceso de resolución de situaciones problemáticas que implican el uso de la proporcionalidad directa, funciones lineales y modelos lineales. • Elabora estrategias heurísticas para resolver problemas que involucran funciones lineales y de proporcionalidad directa. • Elabora modelos que expresan relaciones de proporcionalidad directa, inversa y relaciones de dependencia lineal afín. • Justifica el uso de una representación gráfica de la función lineal para modelar una situación problemática. • Explica procedimientos para establecer las relaciones de proporcionalidad directa, de dependencia lineal afín en expresiones gráficas, tabulares o algebraicas. • Justifica los procesos de resolución del problema. 	<ul style="list-style-type: none"> • Expresa la diferencia entre expresión algebraica, ecuación e inecuación lineal. • Ubica en el plano cartesiano el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales de dos variables. • Participa y da su opinión respecto al proceso de resolución de situaciones problemáticas que implican el uso de ecuaciones e inecuaciones lineales. • Elabora estrategias heurísticas para resolver situaciones problemáticas que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales. • Usa operaciones para obtener expresiones equivalentes en situaciones de igualdades y desigualdades. • Utiliza operaciones aditivas y multiplicativas en expresiones algebraicas para resolver situaciones problemáticas que implican ecuaciones e inecuaciones lineales de una variable. • Emplea procedimientos de factorización para resolver situaciones problemáticas que implican ecuaciones e inecuaciones lineales de una variable. • Particulariza mediante ejemplos que las ecuaciones lineales e inecuaciones modelan a la situación problemática dada. • Justifica los procesos de resolución del problema. <p>Construcción del significado y uso de la proporcionalidad inversa y funciones lineales afín en situaciones problemáticas de variación (costo-cantidad, distancia-tiempo, costo-tiempo, altura-base)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta situaciones de cambio para el desarrollo del significado de las funciones lineales afines. • Ordena datos en esquemas para el establecimiento de relaciones de proporcionalidad directa, inversa y de dependencia lineal afín. • Expresa en forma gráfica, tabular o algebraica las relaciones de proporcionalidad directa, inversa y de dependencia lineal afín. • Resume sus intervenciones respecto a las estrategias de resolución empleadas para el desarrollo de problemas diversos que implican el uso de funciones lineales afines, modelos lineales afines, proporcionalidad directa e inversa. • Elabora estrategias heurísticas para resolver problemas que involucran funciones lineales afines y de proporcionalidad directa e inversa. • Justifica, recurriendo a expresiones gráficas, afirmaciones relacionadas con la dependencia funcional entre variables y proporcionalidad inversa. • Explica procedimientos para establecer las relaciones de proporcionalidad directa e inversa, de dependencia lineal afín en expresiones gráficas, tabulares o algebraicas. • Justifica los procesos de resolución del problema.
---	---	---

III. ¿Cómo podemos facilitar los aprendizajes?

En esta sección desarrollaremos algunos puntos que nos ayudarán a mejorar nuestro trabajo como docentes para que nuestros estudiantes logren los aprendizajes matemáticos.

3.1 Desarrollando escenarios de aprendizaje

El desarrollo progresivo de las competencias en el área de Matemática se manifiesta por medio de las capacidades de manera dinámica, lo que permite generar condiciones adecuadas para los espacios de aprendizaje. La matemática basada en la resolución de problemas requiere de contextos de aprendizaje donde tengan lugar diversas experiencias, acciones y situaciones.



Por ello, es importante reconocer estos escenarios que actúan de forma complementaria:

a) Sesión laboratorio matemático

El estudiante, a partir de actividades vivenciales y lúdicas, logra construir conceptos y propiedades matemáticas. La experimentación le permite el reconocimiento de regularidades para generalizar el conocimiento matemático.

b) Sesión taller matemático

El estudiante pone en práctica aquellos aprendizajes que ya ha desarrollado. Despliega diversos recursos (técnicos, procedimentales y cognitivos) en la intención de resolver situaciones problemáticas.

c) Proyecto matemático

Se pone en práctica el acercamiento de los conocimientos matemáticos a aspectos de la realidad en diversos contextos. Esto comprende un conjunto de actividades para indagar y resolver una situación problemática real con implicancias sociales, económicas, productivas y científicas.

3.2 Articulando la progresión del conocimiento matemático en el VI ciclo de la EBR

Los números, sus relaciones y las formas son los pilares de las matemáticas, nociones que, a veces sin ser conscientes de ello, requerimos en el día a día. En nuestro contexto recibimos gran cantidad de información que proporciona datos, tablas, expresiones porcentuales, infografías, etc. Debido a ello, resulta indispensable hacer uso adecuado de estos conocimientos matemáticos según el contexto; por ejemplo, el uso del sistema de notación decimal se puede emplear en una transacción monetaria o en la medición de la distancia de la Tierra a la Luna.

Desarrollar la competencia matemática implica el desarrollo progresivo y articulado de los conocimientos matemáticos. Los estudiantes ingresan al VI ciclo de la EBR con un desarrollo previo de capacidades en torno a los números naturales, decimales y fraccionarios; aprendizajes adquiridos en la primaria y nociones básicas asimiladas desde la infancia. En el VI ciclo se amplían los conocimientos matemáticos al reconocimiento de los números enteros y racionales, todos ellos en sus diversas formas de representación.

El cuadro adjunto muestra el desarrollo de los conocimientos en torno a los números y sus operaciones. En él se observa el tránsito que realizan los estudiantes finalizando el V ciclo, su desarrollo pleno en el VI ciclo y los saberes previos con que empiezan el VII ciclo.

DESARROLLO DE LOS CONOCIMIENTOS EN TORNO A NÚMERO Y OPERACIONES				
CICLOS Y GRADOS	V CICLO	VI CICLO		VII CICLO
	6.º	1.º	2.º	3.º
CONSTRUCCIÓN DEL SIGNIFICADO Y USO DE CONOCIMIENTOS				
Porcentajes como la expresión de parte-todo				
Potenciación con base entera positiva y exponente natural				
Números múltiplos y divisibles. Divisibilidad en situaciones de ordenamiento de filas				
Números enteros en situaciones opuestas y relativas				
Representación, comparación y orden en números enteros en situaciones opuestas y relativas				
Valor absoluto de un número entero en relación con la distancia al cero				
Operaciones y propiedades con números enteros				
Potenciación y radicación con números enteros como operaciones inversas				
Número racional como expresión fraccionaria, decimal y porcentual para expresar cantidades continuas y discretas				
Propiedades de los números racionales				
Operaciones con los números racionales				
Potenciación con base fraccionaria y exponente entero				
Representación, comparación y orden en los números racionales a partir de cantidades continuas				

Potenciar aprendizajes para distinguir patrones constantes implica establecer relaciones sobre cantidades, números y operaciones, así como constituir relaciones de movimiento, forma y propiedades entre formas geométricas.

Desde el nivel inicial el estudiante experimenta un acercamiento a conocimientos de cambios y relaciones, descubriendo regularidades a partir de formas y acciones de repetición. En este VI ciclo amplían su desarrollo a procedimientos de recurrencia y a composición de movimientos más complejos.

Los distintos fenómenos que se observan en la naturaleza están vinculados unos con otros por medio de relaciones y leyes que indican distintas magnitudes que los caracterizan.

El cuadro adjunto muestra información respecto al desarrollo de los conocimientos referidos a cambio y relaciones. En él se observa el tránsito que realizan los estudiantes finalizando el V ciclo, su desarrollo pleno en el VI ciclo y los saberes previos con que empiezan el VII ciclo.

DESARROLLO DE LOS CONOCIMIENTOS EN TORNO A CAMBIO Y RELACIONES				
CONSTRUCCIÓN DEL SIGNIFICADO Y USO DE CONOCIMIENTOS	CICLOS Y GRADOS	V CICLO	VI CICLO	VII CICLO
		6.º	1.º	2.º
Patrones geométricos con implicancia artística y cotidiana				
Patrones aditivos con implicancia artística y cotidiana				
La regla de formación de progresiones aritméticas y de la suma de los términos a partir de regularidades				
Sucesiones crecientes y decrecientes				
Ecuaciones lineales en situaciones de equivalencia				
Sistemas de ecuaciones lineales con dos variables en situaciones de igualdad				
Ecuaciones cuadráticas en situaciones de igualdad y determinación de máximos y mínimos				
Inecuación aditiva o multiplicativa en situaciones de desigualdad				
Inecuaciones lineales en situaciones de desigualdad				
Inecuaciones cuadráticas en situaciones de desigualdad				
Situaciones de proporcionalidad directa e inversa				
Modelación de situaciones de cambio mediante la función lineal y lineal afín				

3.3 Planificando nuestras unidades y sesiones considerando los indicadores propuestos

A continuación, presentamos un modelo para la organización de una unidad de aprendizaje y una sesión de aprendizaje, tomando como recurso la matriz de indicadores, correspondiente al primer grado de Secundaria.

Unidad de aprendizaje				
Capacidades generales	Indicadores	Escenarios y actividades	Tiempo	
<ul style="list-style-type: none"> • Matematiza. • Representa. • Comunica. • Elabora diversas estrategias para resolver problemas. • Utiliza expresiones simbólicas técnicas y formales. • Argumenta. 	<ul style="list-style-type: none"> • Describe y experimenta situaciones (ganancia-pérdida, ingresos-egresos, orden cronológico, altitud y temperaturas) que no se pueden explicar con los números naturales para desarrollar el significado de los números enteros y sus operaciones. • Asigna a cantidades el signo positivo o negativo en situaciones contextualizadas para desarrollar el significado del número entero. • Expresa la imposibilidad de la solución en situaciones de sustracción con los números naturales para extender los números naturales a los enteros. • Elabora estrategias para ordenar y comparar cantidades (asociadas al número entero) en la recta numérica para la resolución de situaciones problemáticas. • Generaliza condiciones de los valores numéricos en torno al aumentar y disminuir, empleando la recta numérica para desarrollar el significado del número entero. • Usa las expresiones $=$, $<$, $>$, \leq, \geq para establecer relaciones de orden entre los números enteros. 	Proyecto matemático: Haciendo el presupuesto familiar <ul style="list-style-type: none"> • Constitución de equipos de trabajo y proyección de las tareas a desarrollar. • Recojo de datos en el entorno familiar. • Organización en equipos de trabajo, en los que cada miembro del equipo ejerza un rol familiar. • Elaboración de un papelógrafo en el que se expresan los ingresos, egresos y el ahorro que realiza cada familia. 	2 semanas	
		Laboratorio:	<ul style="list-style-type: none"> • Lo que significan sobre y debajo 	1 sesión de 90 minutos
		Laboratorio:	<ul style="list-style-type: none"> • Jugando con las cargas 	1 sesión de 90 minutos
		Taller de matemática:	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas con números enteros. 	1 sesión de 90 minutos

Para la presentación de las actividades, es pertinente mostrarlas de forma global; deben permitir el aprendizaje autónomo de los estudiantes, evitando de esta forma un proceso rígido, secuencial y directivo en el desarrollo de los aprendizajes. Tales actividades son: de indagación y experimentación; de registro de experiencias, datos y prácticas; de reflexión, y de resolución de situaciones problemáticas.

Pueden ser otras que el docente considere para el desarrollo de las capacidades y competencia matemática.

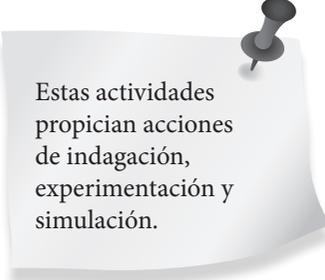
Sesión laboratorio matemático

Sesión	Capacidades	Indicadores	Actividades de enseñanza y aprendizaje
Lo que significan <i>sobre y debajo</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Matematiza. • Representa. • Comunica. • Elabora diversas estrategias para resolver problemas. • Utiliza expresiones simbólicas y formales. • Argumenta. 	<ul style="list-style-type: none"> • Localiza eventos relacionados con valores numéricos que no se pueden explicar con los números naturales para la comprensión de los números enteros. • Usa números con signo positivo o negativo para expresar condiciones contextualizadas diversas a partir de situaciones problemáticas. • Elabora estrategias para ordenar los números enteros en la recta numérica. • Explica el uso de la recta numérica en la resolución de problemas de orden en los números naturales y enteros. • Resume sus intervenciones respecto a las estrategias de resolución empleadas para el desarrollo de problemas diversos. • Expresa ejemplos de representaciones distintas de un mismo número entero a partir de situaciones problemáticas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Actividad de indagación y exploración de las reglas y condiciones para realizar el juego. • Actividad de experimentación, puesta en práctica del juego. • Actividad de registro de experiencias, datos y prácticas. • Actividad de reflexión, socialización e institucionalización a partir de establecer relaciones entre las experiencias, datos y prácticas. • Actividad de resolución de situaciones problemáticas.

3.4 Reconociendo escenarios, herramientas y condiciones didácticas para desarrollar las capacidades matemáticas

A. MATEMATIZAR

Implica tener las habilidades para poder interpretar y transformar la realidad o parte de ella con la ayuda de la matemática; asimismo, tener la disposición de razonar matemáticamente para enfrentar una situación problemática y resolverla. A continuación, te proponemos actividades y características que favorecen la matematización.



Estas actividades propician acciones de indagación, experimentación y simulación.

Las actividades vivenciales del entorno

Este tipo de actividades está asociado a entrar en contacto directo con situaciones problemáticas reales. En ellas, los estudiantes interpretan la realidad haciendo uso de conceptos y procedimientos matemáticos para resolver la situación planteada.

En el nivel secundario, los proyectos matemáticos son actividades vivenciales que expresan con más claridad la matematización. Algunos procesos característicos para matematizar en la escuela son:

- Realizar medidas.
- Elaborar diseños gráficos o informativos.
- Hacer sociodramas que recojan aspectos de la realidad.
- Planificar y desarrollar diseños de implicancia tecnológica.

Las actividades lúdicas

Son espacios de expresión y producción matemática, donde el estudiante se enfrenta a retos con ciertas reglas de juego. Esto incluye analizar e interpretar el entorno y las condiciones en que se suscita el juego. Son características usuales en este tipo de actividades:

- Reconocer las condiciones del juego.
- Experimentar siguiendo las reglas del juego.
- Modificar las reglas de juego.
- Poner en ejecución estrategias que ayuden a ganar el juego.

Actividades apoyadas en esquemas gráficos

En la actualidad, estamos rodeados de información que condensa, con íconos y símbolos, numerosos datos sobre aspectos particulares de la realidad. Por ejemplo, una infografía puede hacer referencia a la organización y datos estadísticos de un hospital, un diagrama de barras puede mostrar la devaluación de la moneda extranjera, etc. Dar solución a problemas a partir de estas presentaciones requiere de habilidades para poder procesar la información y seleccionar los datos pertinentes para establecer relaciones matemáticas. Estos esquemas informativos los podemos reconocer en:

- Recortes periodísticos.
- Afiches publicitarios e infografías.
- Cuadros estadísticos, etc.

B. COMUNICAR

Desarrollar la capacidad de la comunicación matemática implica promover el diálogo, la discusión, la conciliación y la rectificación de ideas. Esto permite al estudiante familiarizarse con el uso de significados matemáticos e incluso con un vocabulario especializado. A continuación, presentamos un grupo de interrogantes a fin de promover espacios de discusión, de acuerdos, de rescatar errores y tomarlos como punto de debate. Asimismo, puede suscitar la participación de los estudiantes en sus grupos de trabajo y en las intervenciones personales.

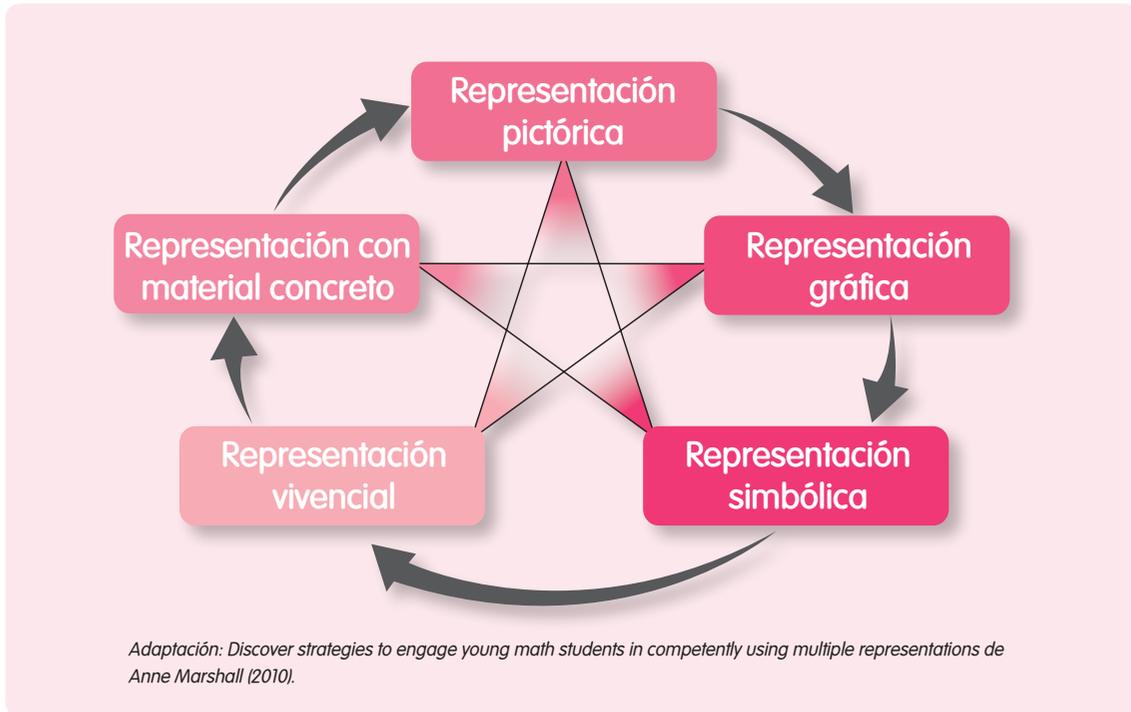


Es importante que sepamos hacer preguntas a los estudiantes para ayudarlos a comprender el problema, trazar el plan para resolverlo y evaluar los resultados.

Situaciones para promover las interrogantes	Propuesta de interrogantes
<p>Fase: Comprender los problemas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Orienta a promover que los estudiantes puedan movilizar sus aprendizajes, tomando conciencia de lo que ya saben por sí mismos. 	<p>Interrogantes para promover la comprensión del problema:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interrogantes comparativas (¿en qué se parecen..., cuál es la diferencia?) • Interrogantes de causa-efecto (si modificamos el dato..., ¿qué ocurriría con...?) • Interrogantes de 'debería' (¿qué deberíamos hacer primero...?) • Interrogantes de 'cómo' (¿cómo procedería usted para desarrollar el problema...?)
<p>Fase: Trazar un plan y resolver el problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • Promueve planteamientos y estrategias distintas para resolver problemas • Considera el orden apropiado de las ideas. • Desarrolla actividades de participación grupal. 	<p>Interrogantes para promover la resolución del problema:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interrogantes de verificación (¿es el procedimiento adecuado?, ¿has realizado las operaciones adecuadas...?) <p>Interrogantes para promover la evaluación de resultados:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interrogantes de verificación (¿es la respuesta correcta?) • Interrogantes comparativas (¿en qué se parece este problema desarrollado a otros?) • Interrogantes de causa-efecto (supongamos que ahora los datos fueran..., ¿cómo afecta el problema?; si el procedimiento hubiese sido..., ¿qué resultados habríamos tenido?, etc.) • Interrogantes de 'debería' (cuando tenemos un problema de estas características, ¿qué deberíamos hacer primero?; cuando tenemos planteamientos gráficos, ¿qué deberíamos hacer?, etc.)
<p>Fase: Evaluar resultados</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa ideas tanto de los procesos como de los resultados. • Expresa satisfacción de lo experimentado. • Explica sus logros a partir de las actividades desarrolladas. 	<p>Interrogantes de 'cómo' (¿cómo procediste para resolver la situación planteada?, etc.)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interrogantes de generalización (¿en qué situaciones es conveniente desarrollar estas estrategias de resolución?, ¿cuán importante es reconocer el planteamiento desarrollado?, etc.)

C. REPRESENTAR

La representación es un proceso y un producto que implica desarrollar habilidades sobre seleccionar, interpretar, traducir y usar una variedad de esquemas para capturar una situación, interactuar con un problema o presentar condiciones matemáticas.



Para la construcción de los conocimientos matemáticos, es recomendable que los estudiantes realicen diversas representaciones, partiendo de aquellas vivenciales hasta llegar a las gráficas y simbólicas.

Tipos de representaciones	<ul style="list-style-type: none">• Representaciones vivenciales (acciones motrices)<ul style="list-style-type: none">• Teatralización• Sociodrama• Representaciones apoyadas en material concreto<ul style="list-style-type: none">• Estructurados• Multibase 10• Ábaco• Regletas• Balanza• Representaciones de forma pictórica<ul style="list-style-type: none">• Dibujos• Íconos	<ul style="list-style-type: none">• Representaciones de forma gráfica<ul style="list-style-type: none">• Cuadros de doble entrada• Diagramas de complemento• Diferencia e igualación• Diagrama de árbol• Diagrama de flechas• Diagramas lógicos• Diagramas de tablas• Diagramas de gráficas• Representación simbólica
---------------------------	---	---

D. ELABORAR DIVERSAS ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Esta capacidad comprende la selección y uso flexible de estrategias con características de ser heurísticas, es decir, con tendencia a la creatividad para descubrir o inventar procedimientos de solución.

Estrategias heurísticas

1. Utilizar el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se realiza de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

2. Hacer una lista sistemática

En los casos en que requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

3. Empezar por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se da mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final y también para demostrar desigualdades. La combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

4. Razonar lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas que se producen para el desarrollo y resolución de problemas.

5. Particularizar

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema, de este modo es posible observar algún camino que guíe hacia la solución de un problema genérico.

6. Generalizar

En algunos problemas puede ser muy útil averiguar si lo que se pide se refiere a un caso particular de alguna propiedad general. A esto se le conoce como la paradoja del inventor.

7. Buscar patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrían emplear para llegar a la solución.

8. Plantear una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental lo constituye el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poder aplicarla con éxito es el entrenamiento en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico.

9. Resolver un problema semejante pero más simple

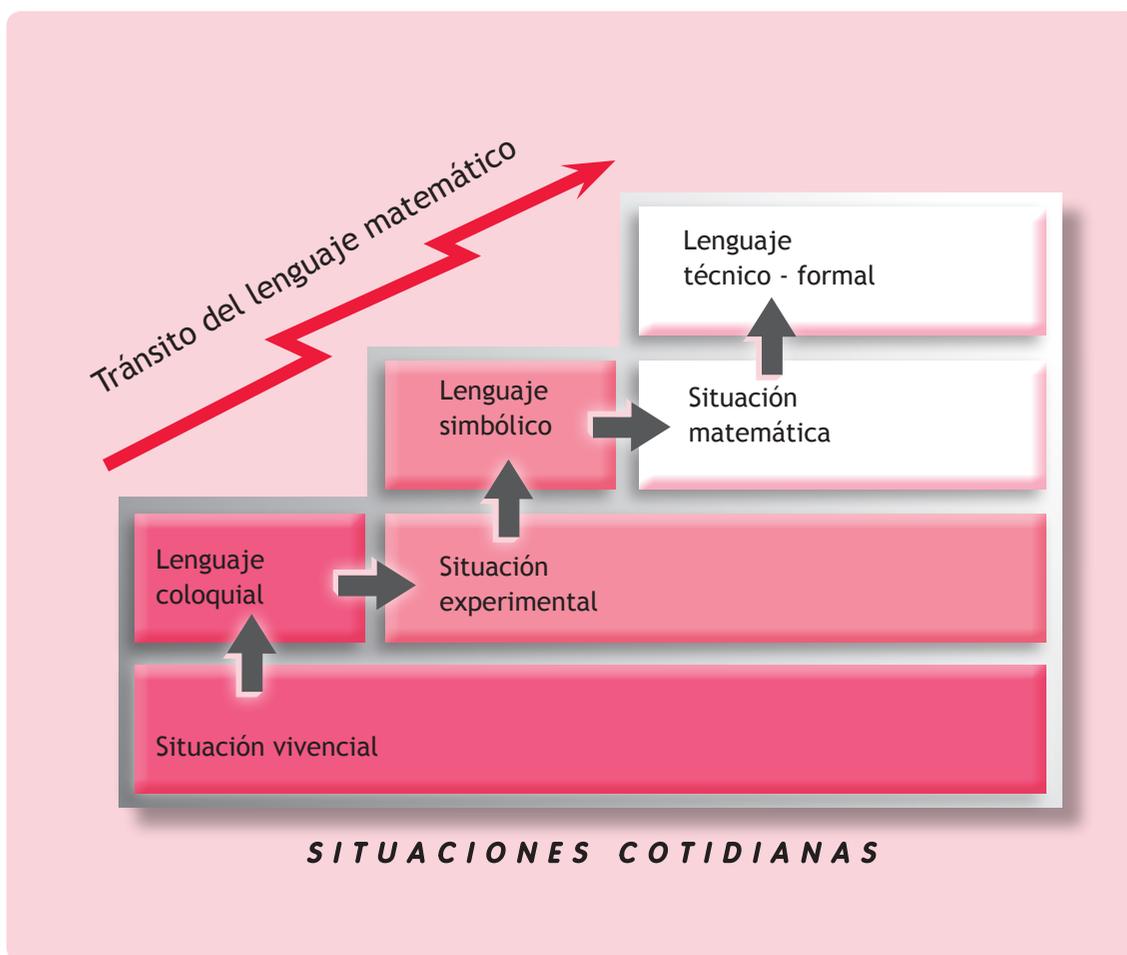
Algunas veces, utilizar un método que nos dio resultado con un problema más simple que el propuesto nos conduce a la solución del problema original.

Fuente: Manual del docente, Resolvamos 1 y 2, Ministerio de Educación, 2012

E. UTILIZAR EXPRESIONES SIMBÓLICAS, TÉCNICAS Y FORMALES PARA RESOLVER PROBLEMAS

El uso de las expresiones y símbolos matemáticos ayudan a la comprensión de las ideas matemáticas; sin embargo, estas no son fáciles de generar debido a la complejidad de los procesos de simbolización.

En el desarrollo de los aprendizajes matemáticos, los estudiantes, a partir de las experiencias vivenciales e inductivas, emplean diferentes niveles del lenguaje. Al inicio usan uno de rasgos coloquiales y paulatinamente van empleando el simbólico, hasta llegar a un lenguaje técnico y formal a partir de un proceso de convención y de acuerdos en grupos de trabajo.



F. ARGUMENTAR

La actividad matemática involucra emplear objetos, procedimientos y conceptos matemáticos. Los procesos del pensamiento lógico dan sentido a una situación y determinan, por aproximaciones sucesivas, llegar a la situación óptima.

Argumentar implica varias acciones: cuestionarse sobre cómo conectar diferentes partes de la información para llegar a una solución, analizar la información para crear un argumento de varios pasos, establecer vínculos o respetar restricciones entre diferentes variables, reflexionar sobre las fuentes de información relacionadas o hacer generalizaciones y combinar múltiples elementos de información.

Se reconocen cinco estrategias que propician la argumentación:

Estrategias	Características
De exposición	Los organizadores visuales son recursos eficaces para estructurar los conocimientos en una exposición o discusión.
De discusión	
De indagación	Plantear interrogantes, seguido tentativamente por respuestas, implica el establecimiento de conjeturas para llevar a cabo la validación (justificación) de estas. Se pueden emplear: <ul style="list-style-type: none">• Procedimientos experimentales.• Formulación de contraejemplos.
Que promueven prácticas inductivas	Propician una serie de situaciones representativas para establecer relaciones de generalización o particularización. Pueden ser: <ul style="list-style-type: none">• Estudios de casos.• Modelos que posibilitan la visualización de lo que no podemos observar directamente.• Simulaciones como formas de ejemplificar.
Que promueven la integración de ideas	Gran parte de los conocimientos matemáticos están organizados de forma integral: se combinan hechos, procedimientos, formas de representación, conceptos y relaciones entre ellos. Una actividad que propicia el desarrollo y significado de estos conocimientos es la construcción de los mapas mentales.

3.5 Promoviendo tareas matemáticas articuladas

Uno de los elementos importantes para el aprendizaje de las matemáticas son las situaciones en las que el estudiante se enfrenta a problemas. Por ello, es importante plantear escenarios de aprendizaje, en los que el estudiante desarrolla progresivamente la competencia matemática. Para lograrlo, se requiere de una configuración articulada y planificada de situaciones que orientan el aprendizaje por aproximaciones sucesivas.

En ese sentido, podemos reconocer que en cada escenario de aprendizaje se deben realizar tareas matemáticas. Esta es una propuesta de acción que los profesores plantean a sus estudiantes para el aprendizaje, la movilización de capacidades y, finalmente, el desarrollo de la competencia matemática.

A continuación, plantearemos tipos de tareas matemáticas para el mejor desarrollo de las capacidades y de la competencia matemática.

Estrategias	Características
De relaciones entre datos	Este tipo de tareas busca establecer una relación o vínculo entre dos o más objetos, procedimientos y conceptos matemáticos, que expresa alguna interacción entre ellos.
De complementación de datos	Consiste en reconocer y expresar uno o varios datos, conceptos, procedimientos y objetos matemáticos que no están en un planteamiento original.
De interrogantes para respuestas abiertas	Son aquellas orientadas a recibir respuestas amplias y variadas, destinadas a reconocer apreciaciones y formas de razonar, de argumentar y de proceder, en función de la actividad matemática.
De interrogantes para respuestas cerradas	Buscan reconocer respuestas puntuales, concretas y específicas respecto al dominio de un conocimiento o la espera de una respuesta específica en la resolución de problemas.
De desarrollo de problemas reproductivos y algorítmicos	Promueven planteamientos que se orientan a reproducir conocimientos específicos desarrollados y formas de proceder algorítmicas (es decir, conocer el procedimiento de solución de un problema).
De desarrollo de estrategias heurísticas de resolución	Estas tareas promueven planteamientos que se orientan a niveles profundos en el desarrollo y uso de conceptos matemáticos. Usualmente, tienen múltiples formas de representación que involucran un desarrollo flexible de ellas.

3.6 Resolviendo problemas

La resolución de problemas es una actividad primordial en nuestra área, pues permite movilizar las capacidades matemáticas.

¿Cómo diferenciar un problema de un ejercicio?

Un problema exige movilizar varias capacidades matemáticas para realizar una serie de tareas que nos permitan encontrar una respuesta o solución a la situación planteada.

Un ejercicio consiste en el desarrollo de tareas matemáticas, fundamentalmente las que están vinculadas al desarrollo de operaciones. Muchas veces estas actividades tienen la característica de ser sencillas y de repetición, por lo cual las llamamos "tareas rutinarias".

Al lado derecho, se muestra un cuaderno de trabajo de un estudiante que refleja el planteamiento de tareas rutinarias mediante el desarrollo de ejercicios matemáticos.

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN
Ejemplos:
a) Resolver el sistema:
 $x+2y=13$
 $3x-y=11$ $x=13-2y$

Solución:
 $3x-y=11$
 $3(13-2y)-y=11$
 $39-6y-y=11$
 $39-7y=11$
 $39-11=7y$
 $28=7y$
 $4=y$

$3y-x=11$
 $3y-4=11$
 $3x=15$
 $x=5$

C.S. $\{(5,4)\}$

MÉTODO DE IGUALACIÓN
Ejemplos:
a) Resolver el sistema:
 $x+2y=13$
 $3x-y=11$

Solución:
 $x=13-2y$
 $3x=11+y$
 $x=\frac{11+y}{3}$

Igualando
 $13-2y=\frac{11+y}{3}$
 $3(13-2y)=11+y$
 $39-6y=11+y$

$39-11=7y$ $x=13-2(4)$
 $28=7y$ $x=13-8$
 $4=y$ $x=5$

C.S. $\{(5,4)\}$

Para reconocer y diferenciar un problema de un ejercicio, veamos algunas características de las actividades que realizan nuestros estudiantes:

- **Las acciones del estudiante**

El ejercicio es una actividad simple y reproductiva, implica realizar una acción en la cual basta que se apliquen, en forma algorítmica, los conocimientos ya adquiridos.

En un problema es necesario que el estudiante dedique un tiempo a la comprensión de la situación, diseñe estrategias, las desarrolle y evalúe sus resultados y consecuencias.

- **Cantidad y calidad**

Existe la creencia de que un estudiante eficiente en la resolución de problemas desarrolla y resuelve gran cantidad de ejercicios: mientras más ejercicios haga será mejor resolviendo problemas. Este pensamiento es impreciso.

Las investigaciones demuestran que los mejores resolviendo problemas invierten más tiempo en dos procesos: la comprensión y la metacognición o evaluación de sus resultados. Esto implica reconocer que resolver un problema con calidad requiere más tiempo.

- **Desarrollo de capacidades**

Un ejercicio tiene por objetivo que el estudiante replique conocimientos aprendidos. En cambio, un problema es un reto para él, promueve la investigación, la experimentación, la búsqueda de regularidades y el desarrollo de estrategias de resolución.

- **Desarrollo de cualidades personales**

Un ejercicio implica reproducir conocimientos, procedimientos, técnicas y métodos dentro de rutinas establecidas, lo que puede generar que el estudiante actúe automáticamente, sin darle significatividad al desarrollo.

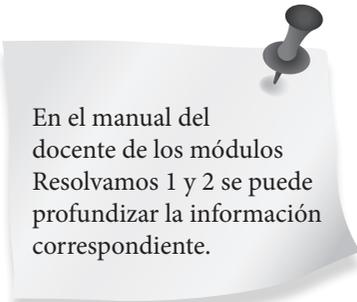
Una situación problemática, por el contrario, despierta una fuerte carga de participación del estudiante por querer resolver el problema. En ella moviliza experiencias previas y conocimientos adquiridos, hace supuestos, traza planes y, por último, siente la satisfacción de haber solucionado el problema.

3.7 Fases de la resolución de problemas

En la resolución de problemas, existen varios esquemas que presentan el orden más adecuado para situaciones novedosas. A continuación, presentamos el esquema propuesto por George Pólya (1945), que describe las actividades fundamentales que se realizan en el proceso de resolución de cualquier problema matemático en general. Este esquema muestra cuatro pasos para la resolución del problema: comprender, diseñar una estrategia, ejecutar el plan y desarrollar una visión.

Hemos propuesto un nombre coloquial a la nomenclatura formal de cada fase, de manera que facilite su comprensión:

Modelo teórico	Para los estudiantes
Comprender el problema	Antes de hacer, vamos a entender
Búsqueda de estrategias y elaboración de un plan	Elaboramos un plan de acción
Ejecutar el plan	Desarrollamos el plan
Desarrollar una visión estratégica	Le sacamos el jugo a la experiencia



En el manual del docente de los módulos Resolvamos 1 y 2 se puede profundizar la información correspondiente.

3.8 Promoviendo el trabajo cooperativo

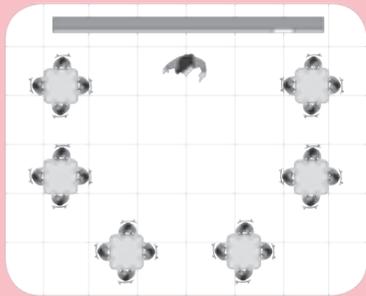
El trabajo en equipo permite el intercambio de opiniones entre estudiantes, impulsa el planteamiento de distintas estrategias de resolución y puede ayudar a comprender mejor el problema.

Respecto a las diversas propuestas dinámicas de trabajo cooperativo en la enseñanza y aprendizaje, se recomienda revisar el documento *Orientaciones para el Trabajo Pedagógico del Área de Matemática* (MED, 2010). A continuación, presentamos tres formas de organización que podrían acompañar tales dinámicas:



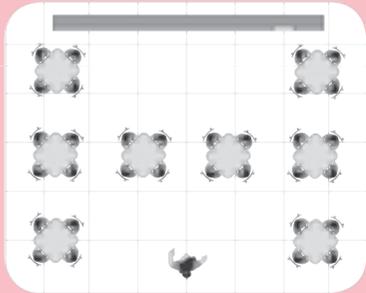
El número de integrantes en los trabajos de grupo depende del criterio del docente. Sin embargo, lo conveniente es un promedio de tres o cuatro integrantes.

a) Trabajo simultáneo con equipos



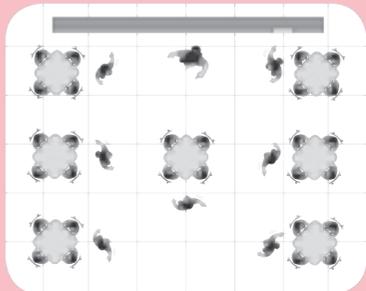
En este esquema de organización, el docente asume un rol mediador con todos los equipos de trabajo; asimismo, permite que los estudiantes intercambien ideas entre los grupos.

b) Trabajo diferenciado con equipos



En esta organización, el docente focaliza el trabajo mediador en el grupo que lo considere necesario; asimismo, deja en libertad a los otros grupos en el desarrollo de la resolución de problemas.

c) Trabajo diferenciado con monitores de equipo



En esta organización, el docente delega el liderazgo a un monitor responsable por cada grupo de trabajo. Ellos tienen el rol de dirigir y orientar el proceso de la resolución de problemas, en el cual participan todos los integrantes.

IV. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizaje respecto a los números enteros?

Hemos reconocido los escenarios de aprendizaje, la progresión de los conocimientos matemáticos, las orientaciones para el desarrollo de las capacidades matemáticas, la promoción de tareas matemáticas y la resolución de problemas.

A continuación, mostraremos situaciones que permiten integrar los temas que hemos abordado: se desarrollan las situaciones de un proyecto, de un laboratorio y de un taller de matemática.



Recuerda:

El concepto de número entero implica la inclusión, en el sistema numérico, de cifras que superan el concepto de cantidad que mostraban los números naturales. Los estudiantes en la primaria desarrollan de forma amplia los números naturales, por medio de materiales manipulativos y cotidianos en los que se muestra la necesidad de su utilización.

En el estudio de los números enteros es preciso afianzar su representación en la recta numérica, la existencia de signos que les preceden, su orden y sus operaciones, mediante conceptos como añadir, tener, sobre, más que, y otros como reducir, menos que, deber.

Para ello, es importante mostrar un desarrollo en la adquisición del significado y uso de este campo numérico a partir de situaciones vivenciales, para luego ir formalizando y constituyéndolo como un aspecto que moviliza la competencia matemática en los estudiantes, en los diversos escenarios de la vida cotidiana.

Proyecto matemático:
Haciendo el presupuesto familiar

Sesión laboratorio matemático:
Lo que significan sobre y debajo

Sesión laboratorio matemático:
Jugando con las cargas

Sesión taller matemático
Resolución de problemas con números enteros

4.1 Algunas situaciones de aprendizaje

Situación 1

Proyecto matemático:

Haciendo el presupuesto familiar

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

Algunas familias no realizan un adecuado presupuesto que les permita asumir sus gastos de forma responsable. En estos casos, la situación económica en el hogar constituye un serio problema que afecta a la familia. En ese contexto, los estudiantes desarrollarán un proyecto de aprendizaje que tendrá una duración de una semana, en el cual cada grupo realizará un cuadro informativo y la dramatización de un problema relativo al presupuesto de la familia.

Indicador:

Construcción del significado y uso de los números enteros en situaciones problemáticas opuestas y relativas con cantidades discretas

- Describe situaciones (ganancia-pérdida, ingreso-egreso, orden cronológico, altitud y temperaturas) que no se pueden explicar con los números naturales.
- Asigna a cantidades el signo positivo o negativo en situaciones contextualizadas.
- Expresa la imposibilidad de la solución en situaciones de sustracción con los números naturales para extender los números naturales a los enteros.
- Elabora estrategias para ordenar y comparar cantidades (asociadas al número entero) en la recta numérica.
- Usa las expresiones $=$, $<$, $>$, \leq , \geq para establecer relaciones de orden entre los números enteros.
- Generaliza condiciones de los valores numéricos en torno al aumentar y disminuir, empleando la recta numérica.

Contexto

Ambiente familiar

Áreas afines

- Educación para el Trabajo
- Historia, Geografía y Economía

Conocimiento

- Números enteros

Grado

Primer grado de Secundaria

Propósitos

- Recoger datos respecto a los ingresos y egresos en la economía del hogar.
- Realizar una dramatización de situaciones problemáticas respecto al presupuesto familiar.
- Presentar los ingresos, egresos y ahorro de diversas familias.

Conocimientos previos

- Números naturales
- Operaciones con los números naturales

Tiempo

3 sesiones de 90 minutos

Actividades

- Constitución de equipos de trabajo y proyección de las tareas a desarrollar.
- Recojo de datos en el entorno familiar.
- Organización en equipos de trabajo, cada miembro del equipo ejercerá un rol familiar.
- Elaboración de un esquema en un papelógrafo en el que expresan los ingresos, los egresos y el ahorro que realiza cada familia.
- Presentación de cuadro de gastos, ingresos y ahorro familiar.
- Sociodrama que explique los problemas de presupuesto.

Productos

parciales /totales de los estudiantes

- Cronograma de actividades
- Fichas llenadas de recojo de datos
- Sociodrama de simulación familiar
- Papelógrafo de ingresos y egresos familiares

Actividad N.º 1

Entrevisten a una familia y hagan un registro de datos.



En grupo

	Detalle	Monto
Ingreso 1		
Ingreso 2		
Ingreso 3		
Ingreso 4		
Total de ingresos		
Gasto 1		
Gasto 2		
Gasto 3		
Gasto 4		
Total de gastos		
Ahorro		

Actividad N.º 2

La familia de Alejandro Sebastián Díaz tiene el siguiente presupuesto:



En pareja

Ingresos - egresos	Monto
Ingreso	S/.3600
Egresos	
Recibo de luz	S/.130
Recibo de agua	S/.59
Alimentación	S/.500
Transporte	S/.240
Otros gastos	S/.230
Ahorros	

1. Expliquen cómo encuentran el dato que falta.
2. ¿Cómo se relacionan el ingreso, el egreso y el ahorro?
3. Si no consideramos otros gastos en el presupuesto, ¿qué ocurrirá? Justifiquen su respuesta.
4. ¿Cuál es la condición que debe existir entre los ingresos y los egresos en el entorno familiar?
5. Determinen una expresión matemática que les permita explicar cómo se obtiene el ahorro familiar.

Actividad N.º 3

1. Elaboren un presupuesto que exprese un problema familiar:



En grupo

	Detalles	Montos
Ingresos		
Egresos		
Ahorro		

2. Con sus conocimientos respecto a los números, expliquen qué operaciones matemáticas expresarían el problema sobre el presupuesto. Presenten la operación.
3. Elaboren un sociodrama que exprese problemas de presupuesto.



Recuerda:

En estas actividades, los estudiantes parten de un problema real y reconocen situaciones relacionadas con la economía familiar (de ingresos y egresos) a partir del contexto: entrevistan a un grupo de familias, comunicándose con un lenguaje que es comprensible para los entrevistados y el entrevistador, y registran los datos recogidos.

El objetivo es que los estudiantes adquieran la noción del número entero, a partir de la actividad vivencial, y el registro de ingresos y egresos en el presupuesto de la familia. Ello implica que adviertan y reconozcan que los números naturales no van a poder dar solución a los problemas relacionados con el presupuesto familiar.

Situación 2

Sesión laboratorio matemático:

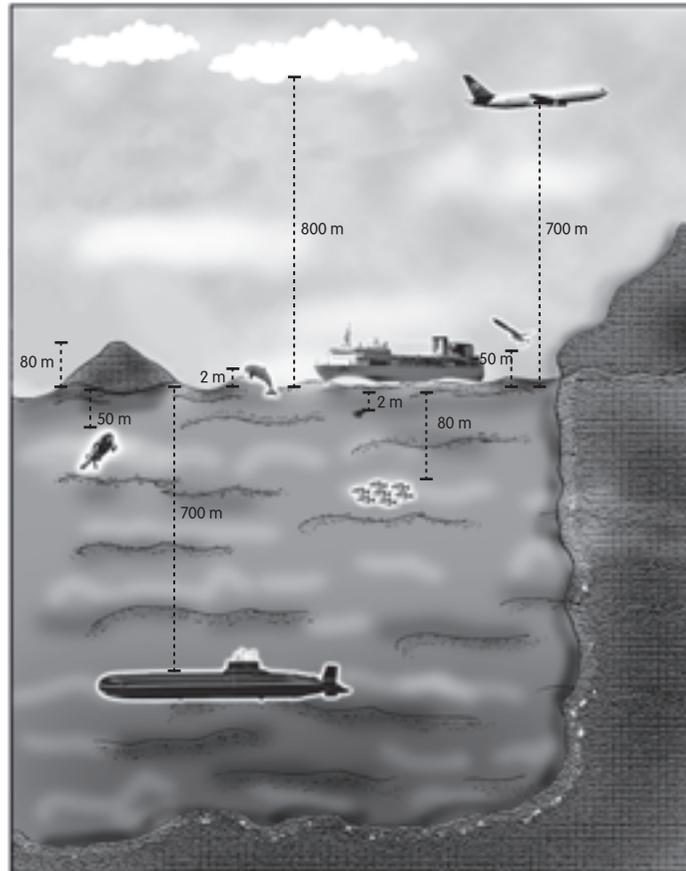
Lo que significan sobre y debajo

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA	
Hay objetos que se encuentran sobre el nivel del mar (como el avión) y otros, bajo el nivel del mar (como el submarino). ¿Cómo representarías los que están ubicados en una misma distancia pero en diferentes posiciones?	
<p>Indicador:</p> <p>Construcción del significado y uso de los números enteros en situaciones problemáticas opuestas y relativas con cantidades discretas</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe situaciones (ganancia-pérdida, ingreso-egreso, orden cronológico, altitud y temperaturas) que no se pueden explicar con los números naturales. Asigna a cantidades el signo positivo o negativo en situaciones contextualizadas. Ordena datos en esquemas de organización que expresan cantidades y operaciones. Explica las condiciones de oposición. Elabora estrategias para ordenar y comparar cantidades (asociadas al número entero) en la recta numérica. Generaliza condiciones de los valores numéricos en torno al aumentar y disminuir, empleando la recta numérica. 	<p>Contexto</p> <p>Situación lúdica</p> <p>Áreas afines</p> <p>Historia, Geografía y Economía</p>
<p>Conocimiento</p> <ul style="list-style-type: none"> Números enteros y su ubicación en la recta numérica 	<p>Grado</p> <p>Primer grado de Secundaria</p>
<p>Cómo hacerlo:</p> <p>El docente plantea un reto lúdico que genere y movilice en los estudiantes cierto interés por la actividad propuesta.</p>	<p>Tiempo:</p> <p>Una sesión de 90 minutos</p>
<p>Sirve para:</p> <ul style="list-style-type: none"> Interpretar el significado del signo positivo y negativo. Resolver problemas que involucran representaciones en la recta numérica. 	
<p>Necesitas:</p> <ul style="list-style-type: none"> Que los estudiantes reconozcan las reglas de juego. Tarjetas para expresar los mensajes. Texto del grado. 	
<p>Conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Significado de los números enteros Números naturales 	

Actividad N.º 1

1. Ficha para mensajes

	Grupo que elaboró el mensaje	Grupo que recibió el mensaje
	Objetos que elegimos:	Creemos que el objeto es el:
1.		
2.		



Indicaciones del juego

Para jugar, necesitan organizarse en parejas:

- Observen la imagen.
- Cada pareja escoge cuatro objetos.
- Envía un mensaje por escrito a otra pareja indicando la ubicación de los cuatro objetos que eligieron.

Adicionalmente, hay una condición: en el mensaje no vale señalar o ser específico con un dibujo o una flecha.

- La pareja que recibe el mensaje debe interpretarlo para saber cuáles fueron los objetos que sus compañeros eligieron. Cuando los hayan encontrado, los anotan en el mensaje y lo regresan al grupo que lo envió.
- Cuando terminen, cada pareja revisa si la otra interpretó correctamente. Si hubo equivocaciones, deben encontrar la falla y corregirla.

Adaptación: Araujo, M. y otros (2008). Matemáticas I, volumen 1. Pág. 105.

Actividad N.º 2

Respondan las siguientes interrogantes:



En pareja

1. El avión y el submarino se encuentran a la misma distancia del nivel del mar, ¿qué los diferencia?
2. ¿Cómo harían para expresar las distancias sobre el nivel del mar y bajo el nivel del mar?
3. Utilicen el sistema empleado y completen la tabla.

	Ubicación	Dibujo
1.		gaviota
2.	80 m	
3.		barco
4.	2 m	
5.		peces
6.		submarino
7.	50 m	
8.		avión
9.		nube

4. El barco está ubicado a nivel del mar, también hay objetos sobre el nivel del mar y bajo el nivel del mar. ¿Cómo representarían a los objetos que están ubicados sobre el nivel del mar? ¿Cómo representarían los objetos que están ubicados bajo el nivel del mar?
5. Completen la siguiente tabla usando los signos “+” o “-” según corresponda:

Objeto	Ubicación
Calamar a 20 m bajo el nivel del mar	
Un barco al nivel del mar	
Una gaviota a 50 m sobre el nivel del mar	
Un buzo que está a 50 m bajo el nivel del mar	
Un avión que vuela a 700 m sobre el nivel del mar	

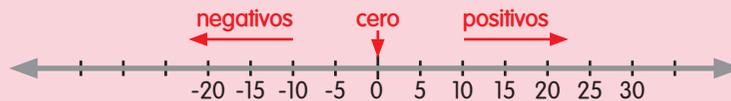
6. ¿Por qué es importante utilizar signos “+” o “-” para determinar las posiciones de los objetos?
7. ¿Qué características tiene la ubicación de la gaviota en relación con la del buzo? Señalen otras situaciones similares.

Actividad N.º 3

Reflexionen y respondan:

En matemáticas se usa la recta numérica simétrica para ubicar a los números positivos, negativos y al cero. Se determina el lugar del cero; después los números con signo + se ubican a la derecha del cero y los números con signo - se ubican a la izquierda del cero.

Para expresar grandes números enteros en la recta numérica, las divisiones deben ser exactas y expresarse los números en ellas.



1. Respecto a las actividades realizadas, ¿qué conocimientos previos han reconocido y en qué se diferencian de los nuevos ahora planteados?



En grupo

Actividad N.º 4

Resuelvan situaciones problemáticas:

1. Diego vive en un edificio de 20 pisos que tiene 5 niveles de sótano. Parte en ascensor desde el nivel 2 para subir hasta su departamento. Pero hay otras personas en el ascensor y no puede ir directamente a donde quiere. Realiza el siguiente trayecto: sube primero 8 pisos, baja después 5 pisos y, finalmente, vuelve a subir 2 pisos. ¿En qué piso del edificio vive? ¿Qué estrategia es conveniente aplicar para resolver este problema?
2. Se afirma que Pitágoras, filósofo y matemático griego, vivió entre los años 582 y 496 a. C. ¿A qué edad murió?
3. Un buzo se encuentra a una profundidad de 32 metros y empieza a subir 4 metros por minuto. ¿A qué profundidad está al cabo de 5 minutos? ¿Cuántos metros le faltan en ese momento para llegar a la superficie? Expliquen cómo han realizado su representación para resolver este problema.



En pareja



Recuerda:

En estas actividades, los estudiantes parten de una situación lúdica cuya dinámica genera una condición de diálogo entre sus pares, intercambian opiniones, reconocen las posiciones de los objetos y seres vivientes. Los estudiantes atribuyen el signo positivo o negativo cuando se percatan de que dos objetos tienen la misma distancia, pero son opuestos con relación al "sobre" y "debajo"; en el desarrollo comprenden que es necesario atribuir un símbolo que los diferencie. Posteriormente, en **Reflexionen y respondan** los estudiantes llegan a un acuerdo respecto al significado del "+" y "-", nociones que utilizarán cuando resuelvan problemas que involucren el desarrollo del significado y uso de los signos; asimismo, reconocerán que el uso de la recta numérica es una estrategia pertinente para resolver este tipo de problemas.

Situación 3

Sesión laboratorio matemático:

Jugando con las cargas

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

Si la familia Pérez quiere tener un ahorro de 450 nuevos soles en promedio, ¿qué decisiones deberá tomar? Esta situación se presenta en muchos hogares donde no hay una adecuada planificación del ingreso familiar.

Indicadores: Construcción del significado y uso de las operaciones con números enteros en situaciones problemáticas opuestas y relativas con cantidades discretas <ul style="list-style-type: none">• Experimenta situaciones (ganancia-pérdida, ingresos-egresos) que no se pueden explicar con los números naturales.• Ordena datos en esquemas de organización que expresan cantidades y operaciones aditivas y multiplicativas con números enteros, incluyendo la potenciación.• Elabora estrategias para resolver operaciones aditivas.• Aplica las reglas de signos en operaciones aditivas y multiplicativas.• Generaliza condiciones de los valores numéricos en torno a aumentar y disminuir, empleando la recta numérica.	Contexto Situación familiar
	Áreas afines Historia, Geografía y Economía Ciencia, Tecnología y Ambiente
Conocimiento <ul style="list-style-type: none">• Operaciones con números enteros	Grado Primer grado de Secundaria
Cómo hacerlo: El docente plantea un reto lúdico que genere y movilice en los estudiantes cierto interés por la actividad propuesta.	Tiempo: Una sesión de 90 minutos
Sirve para: <ul style="list-style-type: none">• Interpretar el significado del signo “positivo” y “negativo”.• Resolver problemas que involucran representaciones en la recta numérica.• Realizar operaciones con los números enteros.	
Necesitas: <ul style="list-style-type: none">• Fichas de carga “positiva” y “negativa”.• Que los estudiantes reconozcan las reglas de juego.	<ul style="list-style-type: none">• Texto del grado.
Conocimientos previos : <ul style="list-style-type: none">• Significado de los números enteros	<ul style="list-style-type: none">• Números naturales

Actividad N.º 1

A continuación, presentamos problemas en situaciones reales que se resuelven con operación de números enteros. Para estas operaciones, utilizaremos el material concreto de las fichas de carga.

	Recursos	Orientaciones
1.	Tapete de enteros	• Realiza operaciones con números enteros usando las fichas.
2.	Fichas de carga positiva y negativa	

- La ficha (+) representa + 1.
- La ficha (-) representa - 1.
- Cinco fichas (+) representan +5; tres fichas (-) representan - 3; etc.
- En el tapete se puede anular o agregar el par de fichas (+) (-) que representan al cero.
- En cada situación, primero deberá discriminarse lo positivo de lo negativo.



CONCLUSIÓN Los Pérez Palma requieren optimizar sus gastos, eliminar los innecesarios para poder cubrir sus ingresos con sus egresos y empezar a reservar una parte para destinar al ahorro.

<http://trujillodiwebnoticias.blogspot.com/2010/10/elabora-tu-presupuesto-para-el-mes.html>

Observa el gráfico y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es un ingreso familiar? ¿Cuál es el monto indicado?
2. ¿Qué es un egreso familiar? ¿Cuál es el monto indicado?
3. ¿De cuánto es la diferencia entre el gasto total y el ingreso?
4. ¿Cómo procederías para resolver este problema?

Si la familia Pérez Palma quiere tener un ahorro de 450 nuevos soles en promedio, ¿qué decisiones deberá tomar?

Actividad N.º 2

Para absolver estas interrogantes, primero resolveremos estos problemas apoyados con el material concreto FICHAS DE CARGA.



En pareja

1. En un partido de fútbol, un equipo recibe 4 goles en el primer tiempo y en el segundo tiempo anota 3. ¿El equipo ganó o perdió?
2. Rodrigo tiene fichas y juega con sus amigos. El lunes pierde 3 fichas y el martes pierde el doble de lo que perdió el lunes. ¿Cuántas fichas perdió el martes?
3. En la ciudad de Juliaca, por la tarde se registró una temperatura de -6°C . Si durante la noche la temperatura descendió 2°C , ¿cuál fue la temperatura que marcó el termómetro?

- Diego debe S/.7 a la dueña del quiosco. Si paga S/.2, ¿cuánto debe? La semana siguiente cuenta con S/.8. ¿Cuánto debe pagar para cancelar su deuda?
- ¿Cuáles fueron las estrategias que les sirvieron para resolver estos problemas?
- En la ciudad de Huaraz se registran las siguientes temperaturas en los días indicados en la tabla:

Días	Temperatura máxima	Temperatura mínima
lunes	7 °C	- 3 °C
martes	10 °C	- 1 °C

Calculen la diferencia de temperatura que se registró el lunes.

- ¿Qué pasa si cambian los signos de la temperatura? ¿Variará la diferencia?

Actividad N.° 3

Reflexionen y respondan:

Cuando los números tienen igual signo, se suman los valores absolutos y se coloca el signo común. Cuando los números tienen diferentes signos, se restan los valores absolutos y se coloca el signo del número con mayor valor absoluto.



En grupo

- Cuando los números enteros son de igual signo, ¿cómo se realiza la operación aditiva? Presenten ejemplos empleando las fichas.
- ¿Qué ocurre en el caso de los números con signos opuestos? ¿Qué características tiene la operación aditiva? Presenten ejemplos empleando las fichas.
- Expliquen cada situación presentada.

Situación matemática	Explicación de lo que ocurre
+ 6 - 3	
+ 4 - 4	
+ 9 - 11	
+ 4 + 6	
- 8 - 3	

- ¿Por qué es importante usar las fichas de carga?

Actividad N.º 4

Resuelvan situaciones problemáticas:

1. Se registra la temperatura de una ciudad: a las siete de la mañana es de 15°C sobre cero; de 7 a. m. a 9 a. m., la temperatura aumentó 3°C ; de 9 a. m. a 1 p. m., subió en 6°C ; de la 1 p. m. a las 3 p. m., no varió; de 3 p. m. a 6 p. m., se elevó 2°C ; de 6 p. m. a 9 p. m., descendió 4°C y de 9 p. m. a 12 p. m., bajó 8°C . ¿Cuál es la temperatura a las 12 de la noche?
2. Alejandro tiene en su cuenta corriente un saldo de $\text{S}/.54\ 000$; entregó tres cheques por valor de $\text{S}/.34\ 000$, $\text{S}/.13\ 000$ y $\text{S}/.9000$, y después ingresó $\text{S}/.21\ 000$. ¿Cuál es el saldo actual de su cuenta?
3. Con relación al problema anterior. Si Alejandro hubiera tenido en su cuenta corriente, en vez de un saldo de $\text{S}/.54\ 000$, el monto de $\text{S}/.40\ 000$, ¿cómo se afectaría el resultado del problema?
4. Un avión sube a una altura de 2000 metros, después baja a 1300, vuelve a subir 1500 y baja de nuevo 250 metros. ¿A qué altura se encuentra en este momento?

Actividad N.º 5

Reflexionen y respondan:



En grupo

1. ¿En qué situaciones es conveniente hacer uso de la recta numérica y utilizar las fichas de carga? Presenten dos ejemplos de cada caso.
2. ¿Cuáles fueron las estrategias que les permitieron resolver los problemas planteados?
3. Planteen un problema reconociendo características de su entorno y que se asocie a las experiencias realizadas.
4. Elaboren un mapa mental en el que se visualice el número entero y sus operaciones aditivas.



Recuerda:

En el desarrollo de este laboratorio, el estudiante reconoce una situación problemática a partir de un recorte periodístico en el que se observa un informe respecto al presupuesto familiar. Asimismo, se resolverán problemas con el material concreto, fichas de carga, para que de forma gradual reconozcan características respecto al uso de los símbolos en las operaciones aditivas con los números enteros.

Situación 4

Sesión taller matemático

Resolución de problemas con números enteros

<p>Indicadores:</p> <p>Construcción del significado y uso de las operaciones con números enteros en situaciones problemáticas opuestas y relativas con cantidades discretas</p> <ul style="list-style-type: none">• Experimenta situaciones (ganancia-pérdida, ingresos-egresos) que no se pueden explicar con los números naturales.• Ordena datos en esquemas de organización que expresan cantidades y operaciones aditivas y multiplicativas con números enteros, incluyendo la potenciación.• Elabora estrategias para resolver operaciones aditivas.• Aplica las reglas de signos en operaciones aditivas.• Justifica procesos de resolución de problemas aditivos.• Generaliza condiciones de los valores numéricos en torno a aumentar y disminuir, empleando la recta numérica.	<p>Contexto</p> <p>Situaciones variadas</p>
<p>Conocimiento</p> <ul style="list-style-type: none">• Números enteros y sus operaciones	<p>Grado</p> <p>Primer grado de Secundaria</p>
<p>Cómo hacerlo:</p> <p>Los estudiantes emplearán los textos del grado distribuidos por el Ministerio de Educación.</p>	
<p>Sirve para:</p> <ul style="list-style-type: none">• Resolver problemas en los que implican el uso de los números enteros y sus operaciones.	
<p>Necesitas:</p> <ul style="list-style-type: none">• Textos del grado	
<p>Conocimientos previos :</p> <ul style="list-style-type: none">• Números enteros• Operaciones con números enteros	



Recuerda:

En esta actividad se hace uso del texto educativo distribuido por el Ministerio de Educación. A partir de él se identifican los problemas que van a ser presentados, seleccionados por un nivel de complejidad que servirán para orientar el desarrollo de las fases de la resolución de problemas.

¿Qué es lo que ha ocurrido con las situaciones planteadas acerca del número entero?

Mediante una actividad vivencial, los estudiantes han identificado y solucionado problemas de presupuesto familiar. Posteriormente, se planteó una actividad lúdica para el desarrollo del significado de los signos en operaciones aditivas con los números enteros apoyados en material concreto. Finalmente, se propone la sesión taller matemático.

4.2 Algunas actividades para el desarrollo de las capacidades vinculadas a los números enteros

A. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES PARA EL DESARROLLO DE LA CAPACIDAD DE MATEMATIZAR

Trabajar con números enteros relacionados con magnitudes y cantidades relativas o “dirigidas” implica orientar la capacidad de matematización apoyándose en:

- La noción de opuestos aditivos; por ejemplo, en contextos de ganancias y pérdidas,
- ingresos-egresos, etc.
- La estructura de orden total en una recta simétrica; por ejemplo, en contextos de temperaturas, cronología, altitudes, etc.

A continuación, presentamos algunas orientaciones sobre cómo propiciar escenarios adecuados para la matematización.

Hacer uso de recortes de periódicos u otras fuentes informativas

Para iniciar las actividades matemáticas y orientarnos a desarrollar la capacidad de matematizar, un buen recurso es el recorte periodístico u otro medio de prensa escrita, como el que empleamos en la sesión laboratorio matemático: *Jugando con las cargas* (ver pág. 45).



Ojo con este dato

Una tarea matemática es una propuesta de acción que los docentes plantean a sus estudiantes para el desarrollo de sus capacidades. Para resaltar ejemplos didácticos, se enfatizan algunas condiciones de las tareas.

Estructura básica de un presupuesto familiar

Ejemplo: Familia Pérez Palma
Número de miembros: Tres

1. Ingresos	
• Sueldo mensual:	
Padre	2,200
Madre	1,400
*Incluir ingresos extra, si los hubiera	
TOTAL	3,600
2. Gastos	
• Recibo de luz	115
• Recibo de agua	55
• Recibo de teléfono celular	65
• Pago de televisión por cable	65
• Pago del teléfono fijo e internet	170
3. Pago de deudas	
• Gastos de alimentación	500
• Gastos en transporte	280
• Gastos en mantenimiento del hogar	80
• Mensualidad escolar	80
• Otros gastos escolares	220
• Gastos en entretenimiento	60
• Gastos en vestuario	40
• Otros gastos	200
• Pago de hipoteca (o alquiler de casa)	1,000
• Cuota de préstamo personal	350
• Pago de tarjeta de crédito 1	250
• Pago de tarjeta de crédito 2	312
TOTAL	3,807
4. Ahorros	
• Ninguna por ahora	
5. Déficit	207

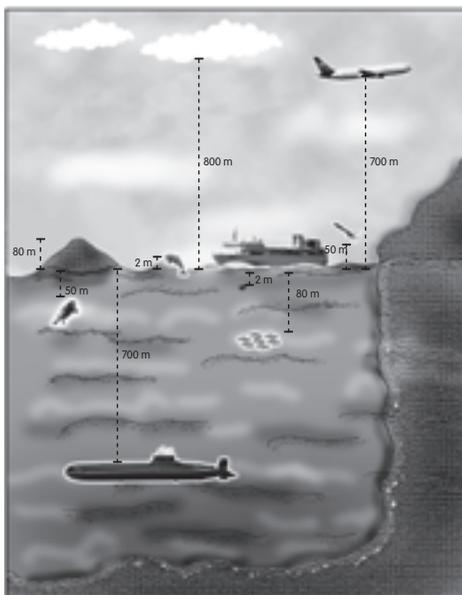
FUENTE: Herramienta Presupuesto Familiar de la web de la Superintendencia de Banca, Seguros y AFP (SBS).

CONCLUSIÓN Los Pérez Palma requieren optimizar sus gastos, eliminar los innecesarios para poder cubrir sus ingresos con sus egresos y empezar a reservar una parte para destinar al ahorro.

<http://trujillodiwebnoticias.blogspot.com/2010/10/elabora-tu-presupuesto-para-el-mes.html>

Recurrir a actividades lúdicas para el inicio de actividades de indagación y exploración

La actividad matemática ha tenido siempre un componente lúdico que ha dado lugar a una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido. En ese sentido, el juego es muy importante como impulso inicial para el desarrollo de la capacidad de matematización. Un ejemplo de ello lo podemos ver en la pág. 41 de este fascículo, donde presentamos el siguiente juego:



Recurrir a actividades vivenciales

En la actividad vivencial como proyecto de aprendizaje, el estudiante se enfrenta a un problema real, en la cual moviliza sus saberes previos en torno a la matemática. El siguiente ejemplo ha sido desarrollado ampliamente en las págs. 37-39.

- **Situación problemática**
Una de las actividades básicas que toda familia realiza es la organización de los ingresos y egresos en la economía del hogar, lo que implica la realización responsable del presupuesto.
- **Propósito**
Recoger datos respecto a los ingresos y egresos en la economía de un hogar.
- **Actividades**

Organización en equipos de trabajo, cada miembro constituirá un rol familiar.
Elaboración de un esquema en un papelógrafo en el que expresan los ingresos, los egresos y el ahorro que realiza cada familia.
Presentación de un cuadro de gasto, ingreso y ahorro familiar, así como de un sociodrama que explique los problemas de presupuesto.
- **Producto**
Cuadro de ingresos, egresos y ahorro familiar

B. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR LA CAPACIDAD DE REPRESENTACIÓN

Para que el estudiante comprenda el significado y las operaciones de los números enteros, es recomendable representarlos en la recta numérica. Asimismo, se pueden usar recursos manipulativos para expresar las operaciones aditivas y multiplicativas. En un paso posterior, que conlleva mayor grado de dificultad, se pueden emplear esquemas gráficos para la resolución.

Hacer uso del material concreto

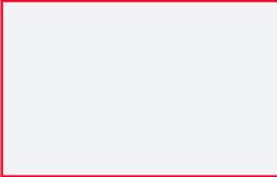
El material concreto (en este caso las fichas de carga) permite orientar a los estudiantes en la constitución de esquemas procedimentales, por ejemplo, las operaciones aditivas con los números enteros. Este modelo ilustra esta relación de forma concreta, como si se tratara de un proceso de cargas eléctricas.

Cada signo positivo (+) representa "+1" y cada signo negativo (-) representa "-1". A continuación, desarrollamos algunos de los problemas enumerados en las págs. 45 y 46.

PROBLEMA: En un partido de fútbol, un equipo recibe 4 goles en el primer tiempo y en el segundo tiempo anota 3. ¿Ganó o perdió el equipo?

Lee - 4 como 4 negativo o menos

4 y + 3 como 3 positivo



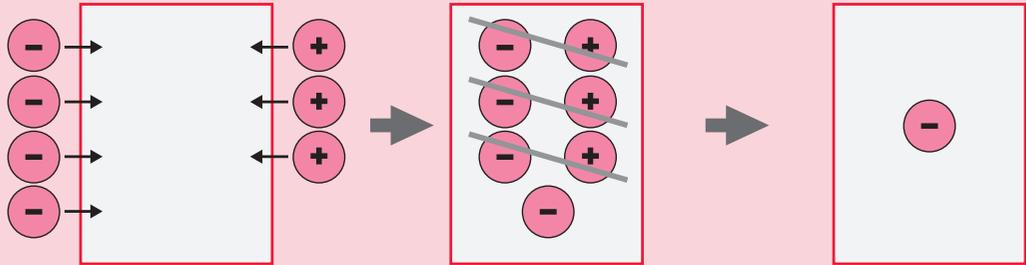
← tapete

Solución:

Paso 1
Coloca 4 fichas negativas en el tapete y luego 3 fichas positivas

Paso 2
Cuando una ficha positiva forma pareja con una ficha negativa, el resultado es un par nulo

Paso 3
Retira todos los pares nulos y lo que te queda es el resultado



$(-4) + (+3) = (-4) + (+3) = -1$

Así, $(-4) + (+3) = -1$

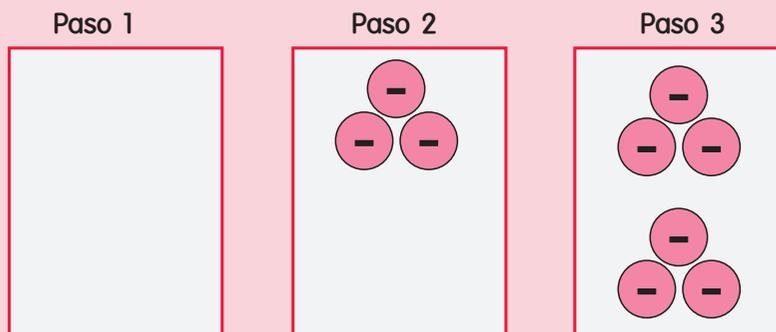
Rpta. Perdió un gol.

PROBLEMA: Rodrigo tiene fichas y juega con sus amigos. El lunes pierde 3 fichas y el martes pierde el doble de fichas de lo que había perdido el lunes. ¿Cuántas fichas perdió el martes?

Solución:

Construye un modelo de $2 \times (-3)$.

Comienza con un tapete vacío. Coloca en él dos conjuntos de 3 fichas.



Así, $2 \times (-3) = -6$

Rpta. Perdió 6 fichas.

Paso 1
Comienza con un tapete vacío.

Paso 2
Coloca un conjunto de 3 fichas negativas.

Paso 3
Coloca el doble del conjunto inicial de fichas. La cantidad final de fichas que aparece en el tapete es el resultado.

El aprendizaje de las matemáticas parte del uso del material concreto. A partir de la manipulación de los objetos de su entorno se desarrollan las capacidades y de esta forma se construyen significados de los conceptos que son parte del aprendizaje.



Recuerda:

Las calculadoras estimulan la actividad matemática. Mediante el empleo de esta herramienta, los estudiantes tienen mayores posibilidades para tomar una decisión, discutir con mayor libertad, etc. Incluso, aumenta la motivación de los niños por la matemática (Fielker, 1986). Se descarta así la creencia de que la calculadora reduce el desarrollo de capacidades matemáticas por parte de la persona que la emplea. (Cockcroft, 1982).

Se recomienda visitar: **Uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de la matemática**
http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s1_f6.pdf

PROBLEMA: En la ciudad de Huaraz se registraron las siguientes temperaturas en los días indicados en la tabla:

Días	Temperatura máxima	Temperatura mínima
lunes	7 °C	- 3 °C
martes	10 °C	- 1 °C

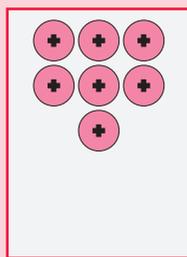
Calcula la diferencia de temperatura que se registró el día lunes.

Solución:

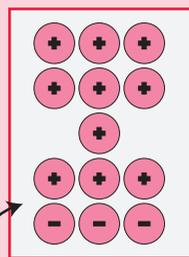
Construye un modelo de $7 - (-3)$

- 1 Comienza con un conjunto de 7 fichas positivas y trata de retirar 3 fichas negativas.
- 2 Como no hay fichas negativas, agrega 3 pares nulos al conjunto.
- 3 Ahora sí puedes retirar 3 fichas negativas.

Paso 1

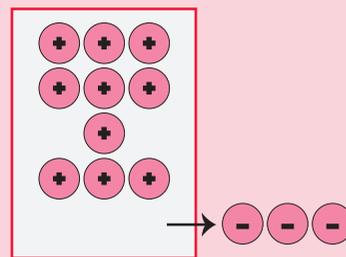


Paso 2



(3 pares nulos)

Paso 3



Así, $7 - (-3) = 10$

Rpta. Se registró una diferencia de 10 °C.



Importante

Para ampliar estudios respecto a números naturales, enteros, racionales y reales, se recomienda visitar:

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los sistemas de números naturales, enteros, racionales y reales en secundaria

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f1.pdf

Números y numerales

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f1.pdf

Sistemas numéricos

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f2.pdf

Fracciones y decimales

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f3.pdf

Las medidas a través del tiempo

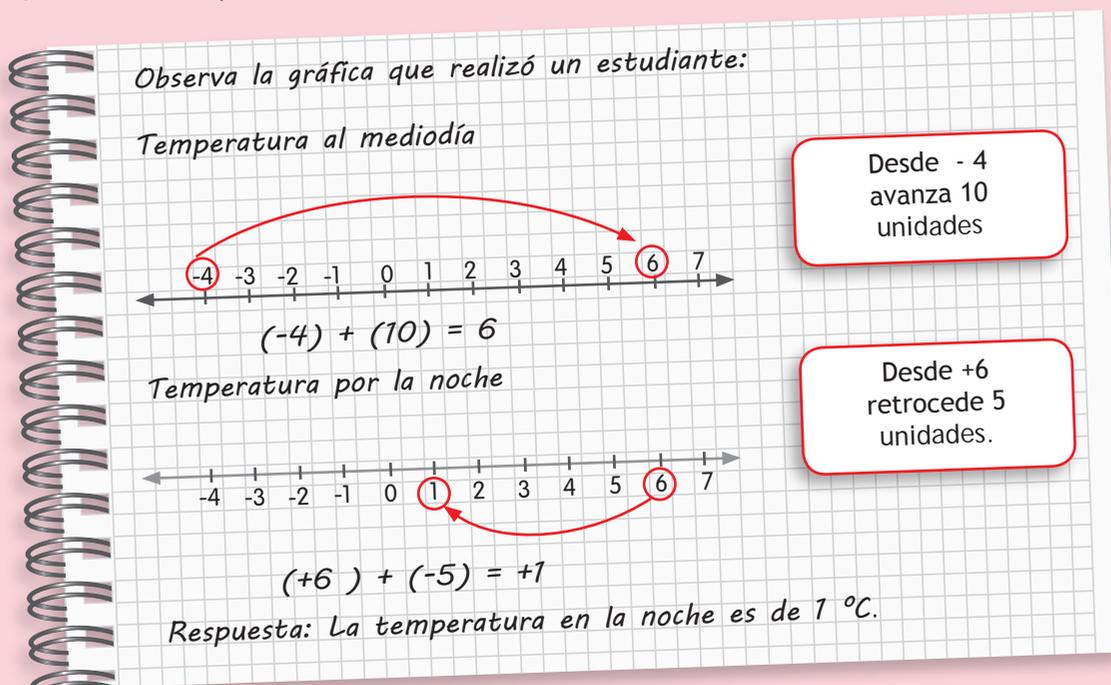
http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s2_f2.pdf

Haciendo uso de la recta numérica

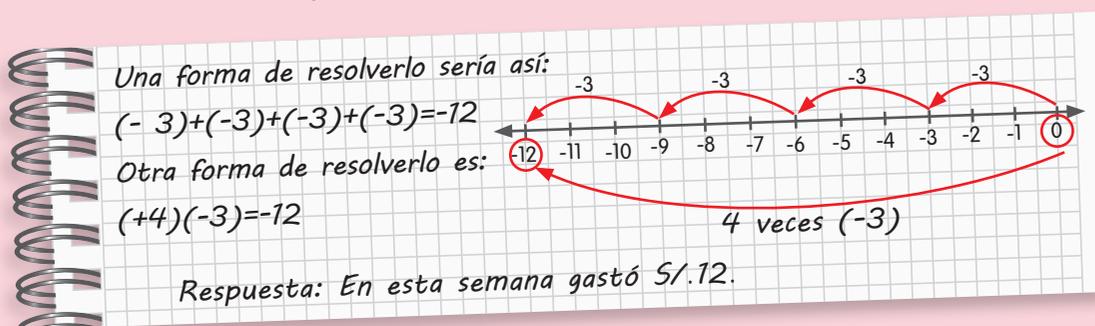
La recta numérica orienta el desplazamiento en cada uno de sus dos sentidos, según que el número sea positivo o negativo. En esta, el sentido positivo se expresa con desplazamiento hacia la derecha y el sentido negativo, con desplazamiento hacia la izquierda.

Este modelo también es útil para ilustrar las propiedades de los números enteros y sus operaciones. El signo de adición se utiliza para agrupar (juntar) desplazamientos. El signo de la sustracción, para cambiar el sentido al desplazamiento.

PROBLEMA: En la ciudad de Sicuani el termómetro marcaba 4°C bajo cero a las 8:00 a. m.; al mediodía la temperatura había subido 10°C respecto de lo cual bajó 5°C en la noche. ¿Cuál era la temperatura a esa hora?

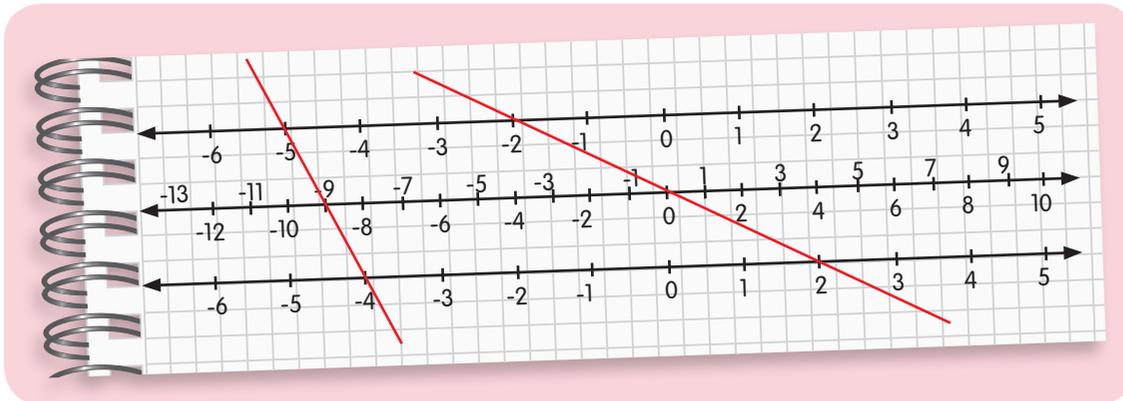


PROBLEMA: Norma gasta S/.3.00 cada vez que compra un sándwich. Esta semana comió 4 sándwichs. ¿Cuánto gastó en esta semana?



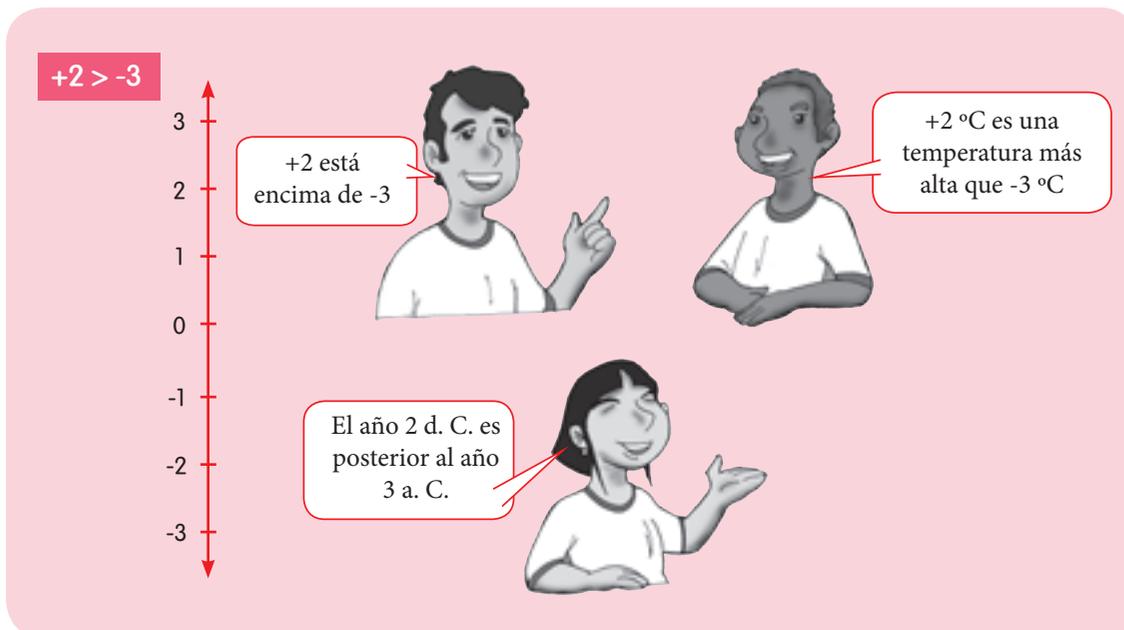
Construyendo un normógrafo para realizar operaciones con números enteros

Este instrumento permite realizar operaciones aditivas con los números enteros. Su construcción consiste en trazar dos líneas rectas paralelas con una misma escala, entre ellas se dibuja con cuidado otra línea recta con una escala al 50 % respecto a las dos primeras. Se pueden realizar diversas operaciones con los números enteros solamente haciendo el cruce de los números en las dos rectas (una superior y otra inferior), y el resultado se obtiene en el segmento de cruce en la recta del centro.



Una recta vertical para reconocer las relaciones de orden en los números enteros

Algunos estudiantes tienen problemas para establecer las relaciones de orden con los números enteros, en especial por la confusión respecto al signo. Por ejemplo, ellos pueden creer que -2 es menor que -5 . Para iniciar al estudiante en este conocimiento, una estrategia útil es desarrollar estas relaciones de orden en una recta vertical como a continuación se expresa.



C. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES SOBRE LA CAPACIDAD: ELABORA ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Es conveniente dotar al estudiante de planteamientos problemáticos con una gran diversidad de estrategias. Ello implica que las tareas asignadas deben tener características heurísticas. Para el caso de los números enteros, es conveniente tener como apoyo la recta numérica y los esquemas de organización para ordenar los datos y tener un panorama de la situación planteada. Otra estrategia es el empleo de las flechas sagitales, que permiten reconocer la movilidad que experimentan los números enteros en la recta numérica.

A continuación, desarrollamos algunos problemas enumerados en las págs. 43 y 47.



Ojo con este dato

Una tarea matemática se puede expresar en distintos niveles de complejidad. Se sugiere ver los manuales del docente de los textos de Matemática, distribuidos por el Ministerio de Educación - 2012 (niveles de demanda cognitiva de Stein). Asimismo, se desarrollan de forma dinámica diferentes capacidades. Para efectos de ejemplos didácticos, se precisan algunos rasgos de las tareas.

A partir de este problema podemos reconocer cómo los estudiantes han empleado dos procedimientos diferentes para resolver la situación problemática.

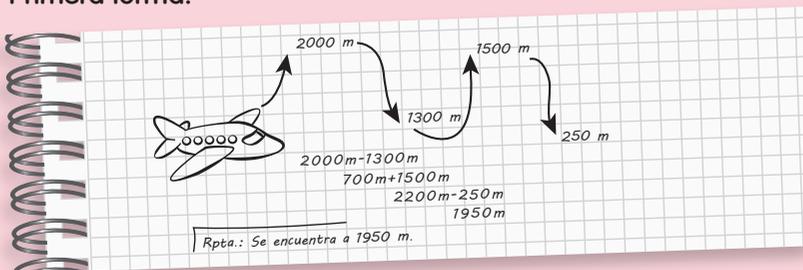
Se reconoce que el estudiante ha recurrido a emplear como estrategia el uso de las flechas sagitales, las que han orientado una secuencia lógica de sucesos.

El estudiante ha realizado un procedimiento de la parte y el todo. Es decir, a partir de la condición del problema, se ha representado cada una de las referidas informaciones.

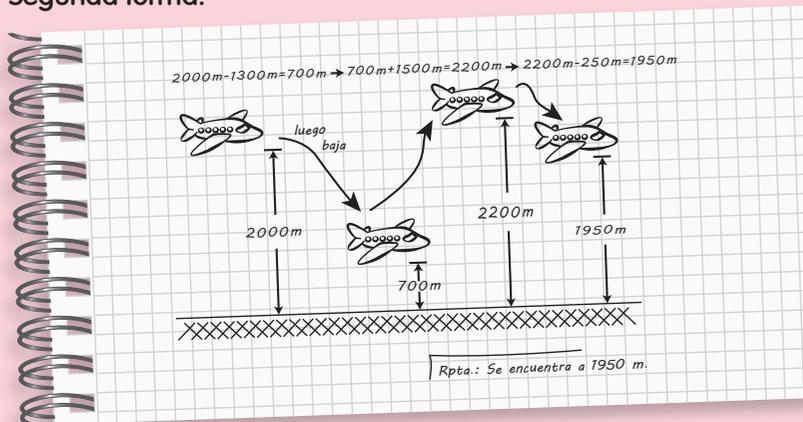
PROBLEMA:

Un avión sube a una altura de 2000 metros, después baja 1300 metros, vuelve a subir 1500 metros y baja de nuevo 250 metros. ¿A qué altura se encuentra en este momento?

Primera forma:



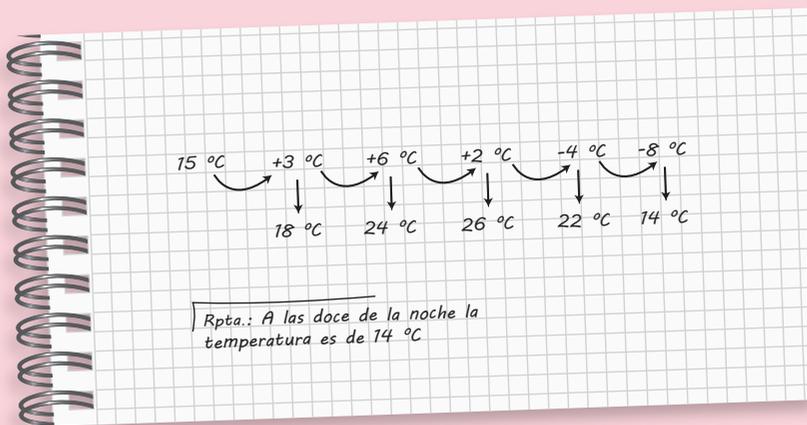
Segunda forma:



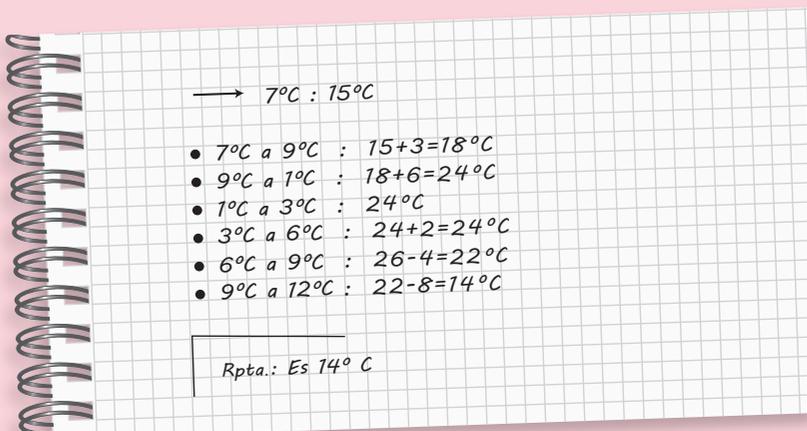
PROBLEMA:

Se registra la temperatura de una ciudad: a las siete de la mañana es de 15°C sobre cero; de 7 a. m. a 9 a. m., la temperatura aumentó 3°C ; de 9 a. m. a 1 p. m., subió en 6°C ; de la 1 p. m. a las 3 p. m., no varió; de 3 p. m. a 6 p. m., se elevó 2°C ; de 6 p. m. a 9 p. m., descendió 4°C , y de 9 p. m. a 12 p. m., bajó 8°C . ¿Cuál es la temperatura a las 12 de la noche?

Primera forma:



Segunda forma:



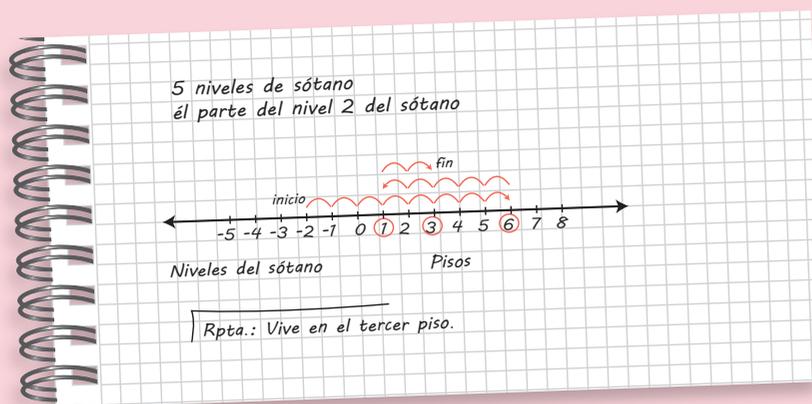
En esta situación, se ha optado por una secuencia a partir de los datos planteados, desarrollando el proceso en cada etapa. Es decir, se reconoce la estrategia de establecer sub-metas. Asimismo, emplean las flechas sagitales para orientar el proceso que realiza.

En esta otra situación, el estudiante ha procedido a establecer una lista sistemática a partir de las condiciones del problema para su desarrollo.

Otra estrategia para resolver problemas con números enteros es recurrir a la recta numérica. En ella se puede reconocer el desplazamiento de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.

PROBLEMA:

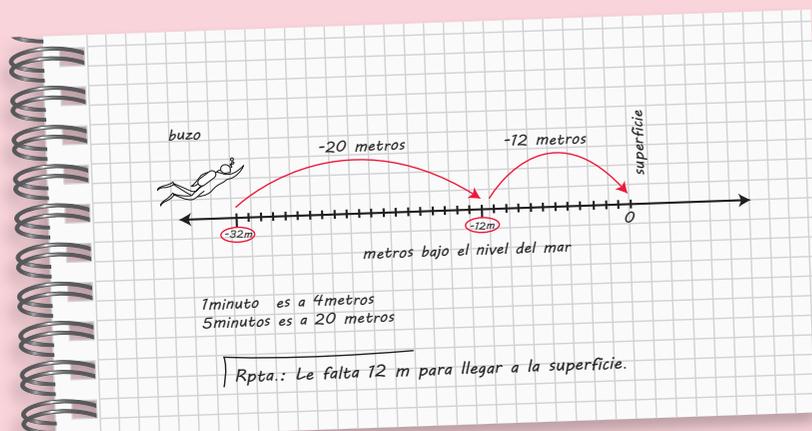
Diego vive en un edificio de 20 pisos que tiene 5 niveles de sótano. Parte en ascensor desde el nivel 2 y realiza el siguiente trayecto para llegar a su departamento: sube primero 8 pisos; desde donde se encuentra, baja después 5 pisos y, finalmente, vuelve a subir 2 pisos. ¿En qué piso del edificio vive?



PROBLEMA:

Un buzo se encuentra a una profundidad de 32 metros y empieza a subir 4 metros por minuto. ¿A qué profundidad está al cabo de 5 minutos? ¿Cuántos metros le faltan en ese momento para llegar a la superficie?

Se recomienda orientar al estudiante a que haga una adecuada escala en la referida recta. Asimismo, que exprese correctamente los desplazamientos realizados en ella.



D. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES SOBRE EL USO DE EXPRESIONES SIMBÓLICAS, TÉCNICAS Y FORMALES

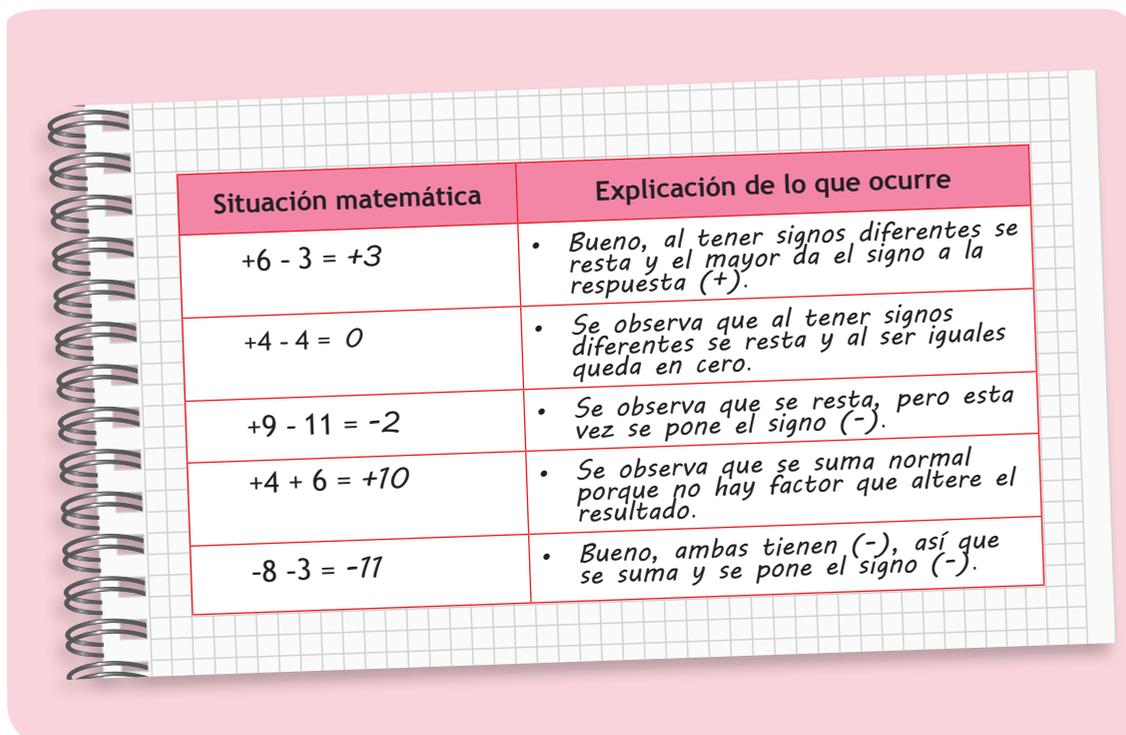
El estudiante, por medio de experiencias vivenciales, da atributos a los valores numéricos en signos positivos y negativos. Asimismo, empieza a comprender el valor absoluto y expresar las reglas aditivas y multiplicativas en las operaciones con los números enteros.

Es importante reconocer que en su cotidianidad el estudiante emplea los números enteros en un lenguaje coloquial. En ese sentido, las actividades lo deben llevar al manejo adecuado del lenguaje simbólico y formal con los números enteros.

Planteando tareas de complementación de datos

Al resolver problemas, los estudiantes movilizan sus capacidades. Adicionalmente, es conveniente enfrentar situaciones en las que el estudiante exprese de forma consciente aquellas nuevas expresiones, procedimientos y conceptos matemáticos que está aprendiendo, todo ello en un espacio de diálogo, respeto y reconocimiento entre sus pares.

Explica cada situación presentada:



Situación matemática	Explicación de lo que ocurre
$+6 - 3 = +3$	<ul style="list-style-type: none">Bueno, al tener signos diferentes se resta y el mayor da el signo a la respuesta (+).
$+4 - 4 = 0$	<ul style="list-style-type: none">Se observa que al tener signos diferentes se resta y al ser iguales queda en cero.
$+9 - 11 = -2$	<ul style="list-style-type: none">Se observa que se resta, pero esta vez se pone el signo (-).
$+4 + 6 = +10$	<ul style="list-style-type: none">Se observa que se suma normal porque no hay factor que altere el resultado.
$-8 - 3 = -11$	<ul style="list-style-type: none">Bueno, ambas tienen (-), así que se suma y se pone el signo (-).

A continuación, desarrollamos algunas actividades presentadas en la pág. 42:

¿Cómo harían para expresar las distancias sobre el nivel del mar y bajo el nivel del mar?

Lo haríamos por sus abreviaciones (m. b. n. m.) o (m. s. n. m.) o pondría símbolos para expresar las condiciones de "sobre nivel del mar" con una ☺ y a "bajo el nivel del mar" con una ★.

Utilicen el sistema empleado y completen la tabla, según los datos de la pág. 41

	Ubicación	Dibujo
1	50 m ☺	Gaviota
2	80 m ☺	Peñasco
3	Cero	Barco
4	2 m ☺	Delfín
5	80 m ★	Peces
6	700 m ★	Submarino
7	50 m ★	Buzo
8	700 m ☺	Avión
9	800 m ☺	Nube

Completen la siguiente tabla usando "+" o "-" según corresponda:

Objeto	Ubicación
Calamar a 20 m bajo el nivel del mar	-20 m
Un barco al nivel del mar	0 m
Una gaviota a 50 m sobre el nivel del mar	+50 m
Un buzo que bucea a 50 m bajo el nivel del mar	-50 m
Un avión a 700 m sobre el nivel del mar	+700 m

E. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES ACERCA DE LA ARGUMENTACIÓN

Si bien el estudiante manifiesta el significado y el uso del número entero, es importante promover afirmaciones basadas en fundamentos experimentales y propiciar la asimilación de esquemas de organización mental. De esta forma se busca reconocer las redes conceptuales que el estudiante está desarrollando en la comprensión de los números enteros.



Ojo con este dato

Una tarea matemática puede ser expresada de forma verbal o escrita y no debe perder de vista su intención. Para resaltar ejemplos didácticos, se precisan algunas condiciones de las tareas escritas.



El Freemind es un *software* educativo que se utiliza para la construcción de mapas mentales. Este programa es una de las herramientas aplicativas encontradas en las computadoras laptop XO de secundaria. Por lo que se puede promover el desarrollo de estos mapas en los estudiantes.

V. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizaje respecto a los números racionales?

Los estudiantes del V ciclo pasan al VI ciclo con aprendizajes en torno a las fracciones; asimismo, han desarrollado nociones (la fracción como parte-todo, fracción como medida, fracción para comparar, como porcentaje) y procedimientos operativos. Sin embargo, es conveniente propiciar las condiciones para reconocer las distintas interpretaciones que ofrecen las fracciones en el contexto (medidas, relación de medidas, tasas, resultado exacto de una división), así como las diferencias de interpretación de fracciones positivas y negativas. Además, es importante que el estudiante represente el número racional en la recta numérica y descubra las condiciones de densidad que tienen estos números.

Es conveniente que los estudiantes se enfrenten a situaciones problemáticas próximas a la realidad en las que realizan operaciones tales como sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y obtención del común denominador de varias fracciones.

También, se trabajará la relación de los números racionales y se practicará la lectura y escritura en sus expresiones fraccionaria, decimal y notación científica.

Esto involucra crear un ambiente que aliente a los estudiantes a experimentar, ensayar, producir diferentes resoluciones y aportar ideas para enfrentar los problemas propuestos. Los ensayos, resoluciones e ideas deberían constituirse a partir de contextos reales en los cuales el docente organice las interacciones en la clase, con el objeto de discutir sobre la validez, la precisión, la claridad, la generalidad y el alcance de lo que se produzca.

En ese sentido, se plantea la organización de proyectos, laboratorios y talleres matemáticos de forma articulada que traten de visibilizar una propuesta didáctica para el desarrollo de aprendizajes con los números racionales.

Proyecto matemático:
Dando mantenimiento a nuestro espacios recreativos

Sesión laboratorio matemático:
Decisión oportuna

Sesión taller matemático

5.1 Algunas situaciones de aprendizaje

Situación 1

Proyecto matemático:

Dando mantenimiento a nuestros espacios recreativos

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

Con el paso de los años, hay espacios recreativos que deben pintarse nuevamente para que luzcan bien cuidados. En ese sentido, es importante saber las condiciones para realizar este mantenimiento.

<p>Indicador: Construcción del significado y uso de las operaciones con números racionales en situaciones problemáticas con cantidades continuas mensurables</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe situaciones de medición (masa, tiempo, longitud, capacidad de almacenamiento en bytes). • Ordena datos en esquemas de organización que expresan fracciones y decimales a partir de cantidades. • Manifiesta acuerdos consensuados para el reconocimiento de las propiedades aditivas. • Aplica las propiedades de las operaciones en números racionales. • Justifica procesos de resolución de problemas. • Explica el uso de las representaciones de números racionales y las operaciones pertinentes. 	<p>Contexto Ambiente escolar</p> <p>Áreas afines Educación Física Ciencia, Tecnología y Ambiente</p>
<p>Conocimiento</p> <ul style="list-style-type: none"> • Números racionales 	<p>Grado Segundo grado de Secundaria</p>
<p>Propósito</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realizar medidas de ambientes de un colegio. 	
<p>Conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Números fraccionarios • Operaciones con los números fraccionarios 	<p>Tiempo: 2 sesiones de 90 minutos</p>
<p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Organización en equipos de trabajo, cada miembro realizará actividades de medición de la cancha de fútbol. • Anotar las medidas en una tabla. • Realizar un presupuesto de los costos que involucraría un mantenimiento a la cancha de fútbol. 	<p>Productos parciales /totales de los estudiantes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cronograma de actividades • Fichas llenadas con los datos recogidos

Actividad N.º 1

En la cancha de fútbol, los lados más largos se denominan líneas de banda; los dos más cortos, líneas de meta.

El terreno de juego está dividido en dos por una línea media.

El centro del campo está marcado con un punto en la mitad de la línea media, alrededor del cual se traza un círculo con un radio.

1. Midan la línea media, el perímetro y el área de la cancha de fútbol.
2. Completen los siguientes datos a partir de las medidas realizadas:

Detalle	Medidas
Perímetro de la cancha	
Perímetro del área	
Longitud de la línea media	



En grupo

Actividad N.º 2

Si un balde de pintura tiene un costo de S/.25,70 y este aproximadamente pinta una franja de 4,5 metros.

1. ¿Cuánto es el costo para pintar toda la cancha de fútbol?
2. ¿Cuántos baldes de pintura se necesitan?
3. La cantidad de pintura que se requiere para pintar, ¿está en función de qué?



En pareja

Actividad N.º 3

1. ¿Qué características tienen los números y las operaciones empleadas?
2. ¿Qué recursos han empleado para realizar las medidas?
3. ¿Las operaciones que realizaron han sido exactas?
4. ¿Es posible representar los resultados obtenidos en otras formas de expresión? Justifiquen su respuesta.
5. Alejandro se percató de que los cálculos para determinar la cantidad no son exactos. ¿Qué acción tendría que realizar? Justifiquen su respuesta.
6. Si quieren hacer un presupuesto semejante, ¿qué realizarían primero?



En pareja

Los estudiantes han trabajado con los números decimales desde la primaria. En este grupo de actividades el objetivo es realizar medidas apoyados en instrumentos, a partir de los cuales se van a registrar datos y a expresar operaciones sobre los problemas. Las actividades están orientadas a que el estudiante reconozca en el entorno la presencia de números que se expresan en magnitudes, en este caso, centímetros o metros.

Situación 2

Sesión laboratorio matemático:

Decisión oportuna

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

En la IE Andrés Avelino Cáceres se va a realizar el festival pro fondos chocolatada navideña, para lo cual requieren construir un quiosco con una base de madera que tenga un grosor de una pulgada. La escuela solo cuenta con dos piezas de madera, una de media pulgada y otra de un tercio de pulgada.

Si se empalman estas dos piezas, ¿el grosor para la base será suficiente?, ¿cuánto faltaría o sobraría?

Indicador:

Construcción del significado y uso de las operaciones con números racionales en situaciones problemáticas con cantidades continuas mensurables

- Experimenta y describe situaciones de medición (masa, tiempo, longitud, capacidad de almacenamiento en bytes).
- Ordena datos en esquemas de organización que expresan fracciones y decimales.
- Manifiesta acuerdos consensuados para el reconocimiento de las propiedades aditivas.
- Aplica variadas estrategias para resolver problemas que involucran operaciones entre fracciones.
- Aplica las propiedades de las operaciones en números racionales.
- Justifica procesos de resolución de problemas.
- Explica el uso de las representaciones de números racionales y las operaciones pertinentes.

Contexto

Situación lúdica

Áreas afines

Educación para el Trabajo
Persona, Familia y Relaciones Humanas

Conocimiento

- Números racionales y operaciones aditivas

Grado

Segundo grado de Secundaria

Cómo hacerlo:

Se le va a presentar una situación problemática a los estudiantes, respecto a la comparación del grosor de las maderas. Para que ellos tengan una mejor idea de la situación que se les plantea, puede sugerirles que utilicen una regla graduada en pulgadas y centímetros y así trabajar con los tamaños reales de las medidas de las tablas de madera. (1 pulgada = 2,54 cm; 1 cm = 0,395 pulgadas).

Tiempo:

Una sesión de 90 minutos

Sirve para:

- Resolver problemas aditivos con los números racionales

Necesitas:

- Una regla graduada en centímetros y pulgadas

Conocimientos previos:

- Número decimal
- Operaciones con números fraccionarios

Actividad N.º 1

En la IE Andrés Avelino Cáceres se va a realizar el festival pro fondos chocolatada navideña, para lo cual requieren construir un quiosco con una base de madera que tenga un grosor de una pulgada. La escuela solo cuenta con dos piezas de madera, una de media pulgada y otra de un tercio de pulgada.



En pareja

Si se empalman estas dos piezas, ¿el grosor para la base será suficiente?, ¿cuánto faltaría o sobraría?

Utilicen el diagrama para encontrar la suma de media pulgada más un tercio de pulgada.

Adaptación: Araujo, M. y otros (2008). Matemáticas I, volumen 2. Pág. 107.

1					
$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	

1. Al empalmar las tablas, ¿cuál es su grosor?

1					
$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	

2. ¿Cuánto falta o le sobra para alcanzar el grosor de la base que se requiere construir?

3. Si las medidas del grosor de las tablas de madera fueran $\frac{3}{4}$ de pulgada y $\frac{2}{6}$ de pulgada, ¿creen que se obtendrá el espesor deseado para construir la base? ¿Cuál sería su grosor? Pueden hacer un diagrama para calcularlo. ¿Cuánto faltaría o sobraría para alcanzar el grosor de la base?

1					
$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	

4. ¿Qué fracciones equivalentes utilizaron para calcular el grosor de las tablas de $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{6}$ de pulgada?

1					
$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	

5. Si las medidas del grosor de las tablas fueran: $\frac{1}{3}$ de pulgada y $\frac{5}{12}$ de pulgada, al empalmarlas, ¿cuál sería su grosor? ¿Cuánto faltaría o sobraría para alcanzar el grosor de la base?

1					
$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	

6. ¿Qué fracciones equivalentes utilizaron para calcular el grosor de las tablas de $\frac{1}{3}$ y $\frac{5}{12}$?
7. Consideren que se quiere formar la base con tablas cuyos grosores se señalan en cada uno de los renglones del siguiente cuadro. ¿Qué medida debe tener el grosor de la tercera tabla para construir la base? ¿Qué procedimiento han realizado para obtener las respuestas? Lleguen a acuerdos en el grupo.

Medida del grosor de la base (pulgadas)	Grosor de la primera tabla (en pulgadas)	Grosor de la tabla (en pulgadas)	Grosor de la tercera tabla (en pulgadas)
2	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$2 - (\frac{4}{5} + \frac{2}{3}) =$
3	$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{6}$	
$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	

Actividad N.º 2

Reflexionen y respondan

Para sumar o restar números racionales expresados en dos o más fracciones que tienen diferente denominador, se deben obtener fracciones equivalentes con denominador común.

El denominador común puede ser uno de los denominadores de las fracciones. Por ejemplo, en el siguiente caso: $\frac{4}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{6}$ el denominador común de 2; 3 y 6 es 6.

Al expresar la operación anterior con fracciones equivalentes con igual denominador, se obtiene:

$$\frac{4}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{6} = \frac{8}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{11}{6} - \frac{2}{6} = \frac{9}{6}$$

En otras ocasiones, el denominador común se puede obtener multiplicando los denominadores y convirtiendo las fracciones a fracciones equivalentes.

1. Describan la estrategia usada para resolver problemas de denominadores 3 y 7. ¿Son parecidos estos problemas?
2. Creen un problema donde apliquen la estrategia descrita.



En grupo

Actividad N.º 3

Resuelvan situaciones problemáticas

1. Un pasante recorre en la primera hora $\frac{3}{7}$ del camino, en la segunda hora $\frac{1}{7}$ del camino y en la tercera hora el resto. ¿En cuál de las tres horas ha realizado el recorrido de prisa?
2. Un agricultor dice: "Las heladas me estropearon $\frac{3}{10}$ de la cosecha, la sequía me hizo perder otros $\frac{3}{10}$, y luego la inundación me hizo estropear $\frac{4}{10}$ de lo que se tenía en el almacén. No me queda nada".
Un amigo del agricultor le responde: "No exageres, has salvado casi la cuarta parte de la cosecha".

¿Quién tenía razón? (Plantear argumentos desde la mirada del agricultor y otra desde la mirada del amigo).



En pareja



Recuerda:

A partir de una situación problemática, los estudiantes ven la necesidad de resolver el problema apoyados en una representación gráfica. Atienden cada interrogante planteada como desafío. Posteriormente, en trabajos de grupo, llegan a institucionalizar las operaciones con fracciones de diferente denominador a partir de la experiencia de lo realizado con los gráficos. Finalmente, se enfrentan a problemas variados y es válido que recurran a diversos procedimientos que ellos crean convenientes.

Situación 3

Sesión taller matemático

Indicador: Construcción del significado y uso de las operaciones con números racionales en situaciones problemáticas con cantidades continuas mensurables <ul style="list-style-type: none">• Ordena datos en esquemas de organización que expresan porcentajes, fracciones y decimales a partir de cantidades.• Manifiesta acuerdos consensuados para el reconocimiento de las propiedades aditivas.• Aplica variadas estrategias para resolver problemas que involucran operaciones entre fracciones, relaciones de magnitudes proporcionales directas, aumentos y descuentos de porcentajes.• Aplica las propiedades de las operaciones en números racionales.• Justifica procesos de resolución de problemas.	Contexto Situaciones variadas
Conocimiento <ul style="list-style-type: none">• Números racionales y operaciones aditivas	Grado Segundo grado de Secundaria
Cómo hacerlo: Los estudiantes emplearán el módulo Resolvamos 2. Solucionarán los planteamientos problemáticos por niveles de complejidad.	
Sirve para: <ul style="list-style-type: none">• Resolver problemas que implican el uso de los números racionales.	
Necesitas: <ul style="list-style-type: none">• Módulo de resolución de problemas Resolvamos 2.	
Conocimientos previos: <ul style="list-style-type: none">• Números racionales, representación y equivalencias. • Operaciones con números racionales.	



Recuerda:

En esta actividad se hace uso del módulo Resolvamos 2, distribuido por el Ministerio de Educación. A partir del texto se identifican los problemas que van a ser presentados y seleccionados por un nivel de complejidad, que servirán para orientar el desarrollo de las fases de la resolución de problemas.

¿Qué es lo que ha ocurrido acerca de las situaciones planteadas en torno al número racional?

Los estudiantes, a partir de una actividad vivencial, han realizado medidas. Posteriormente, a partir de una actividad lúdica, han establecido equivalencias entre las diversas expresiones con los números racionales. Asimismo, han resuelto problemas aditivos, apoyados en un recurso gráfico, y, finalmente, se propuso una sesión taller.

5.2 Algunas actividades para el desarrollo de las capacidades vinculadas a los números racionales

A. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR LA CAPACIDAD DE MATEMATIZAR

Los números racionales se manifiestan en diversas situaciones, como son las de:

- Medida (por ejemplo, en las bebidas se reconocen etiquetas que expresan con frecuencia $0,75 \text{ l}$, que indica una cantidad, una medida en la unidad decimal litro).
- Relación entre medidas de una misma magnitud.
- Relación entre medidas de distintas magnitudes (por ejemplo, la relación entre la distancia recorrida y el tiempo).
- Porcentajes, tasas (es más fácil expresar 75% que la forma de fracción $\frac{75}{100}$).
- Resultado de una división (por ejemplo, tres dividido entre cinco).



Ojo con este dato

Una tarea matemática siempre debe mostrarse como un reto al estudiante. Puede ser una interrogante simple, pero con mucho poder para movilizar el desarrollo de las capacidades. Asimismo, consideremos que las capacidades se desarrollan de forma dinámica y variada. Para efectos de ejemplos didácticos, se precisan algunas condiciones de las tareas.

Recurrir a actividades vivenciales

En las actividades vivenciales como proyecto de aprendizaje, el estudiante se enfrenta a un problema real y en ella moviliza sus saberes previos. El siguiente ejemplo ha sido desarrollado en las págs. 63 y 64.

En este planteamiento, se propone empezar el estudio de los números racionales con una actividad vivencial en la cual los estudiantes registren datos, a partir de mediciones, para expresar el número racional resultado de la acción.

- **Situación problemática**
Con el paso de los años, hay espacios recreativos que requieren volverse a pintar para que luzcan bien cuidados. En ese sentido, es importante saber cuáles son las condiciones para realizar este mantenimiento.
- **Propósito**
Realizar medidas de algunos ambientes de un colegio.
- **Actividades**
 - Organización en equipos de trabajo, cada miembro realizará actividades de medidas de la cancha de fútbol de la IE.
 - Anotar las medidas en una tabla.
 - Realizar un presupuesto de los costos que involucraría realizar un mantenimiento de la cancha de fútbol.
- **Producto**
Cuadro informativo de las medidas.
Presupuesto de costos.

B. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES PARA EL DESARROLLO DE LA CAPACIDAD DE REPRESENTA

Las habilidades sobre la construcción de los números racionales implican el desarrollo de los objetos mentales de la fracción en una secuencia que va desde un nivel más concreto al más abstracto. En esta labor los estudiantes realizan procesos dinámicos y estáticos, en los cuales se puede reconocer las siguientes acciones:

Acciones	
Dinámica	Estática
Cortar el objeto en partes iguales y luego repartirlo.	Expresar la parte de un todo.
Acción de medir, comparar la magnitud de una dimensión de un objeto respecto a una magnitud referente. - Continuo, determinar el largo de una vara con una cinta métrica. - Discreto, elegir objetos o pares de objetos a partir de una colección.	Expresar la medida, indicar la expresión de la cantidad de partes y la cantidad total de partes. - Continuo, medida de una longitud, capacidad o volumen. - Discreto, de sus 5 cuadernos, Alejandro usó 2.
Acciones de comparar cantidades de una misma magnitud, o cantidades de distintas magnitudes.	Índice comparativo de dos cantidades (razón).

Plantear actividades que impliquen procesos dinámicos como la medición

La acción de medir implica procesos de interpretación, comunicación y comparación de cantidades y números racionales. Los estudiantes no solo tendrán que escribir números decimales y establecer relaciones con números fraccionarios, sino también tendrán que compararlos, intercalarlos y ordenarlos. El trabajo con contextos de medida permite, eventualmente, apoyarse en expresiones equivalentes para una misma cantidad con el fin de comprobar la validez de las respuestas. Por ejemplo: $1\ m\ 5\ cm = 105\ cm$ y $1\ m\ 50\ cm = 150\ cm$.

Completen los siguientes datos a partir de las medidas realizadas:

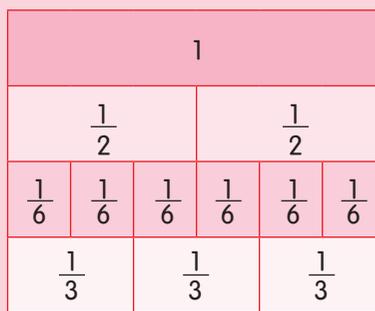
Detalle	Medidas
Perímetro de la cancha	
Perímetro del área	
Longitud de la línea media	

En esta situación estamos orientando al estudiante a que realice tareas acerca de completar datos. En ellas se llevan a cabo procesos de medida a partir del entorno, que se registran en la tabla.

Plantear actividades que impliquen esquemas para establecer relaciones entre expresiones equivalentes

Resolver problemas empleando esquemas que promuevan comparaciones induce al estudiante a utilizar de forma flexible diversas expresiones. En el caso de los números racionales, podemos reconocer fracciones equivalentes (por ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$); otro es el caso de expresiones equivalentes de números racionales entre las fracciones y decimales (por ejemplo: $0,5 = \frac{1}{2}$; $0,666\dots = \frac{2}{3}$); asimismo, para el caso de expresar los números racionales en notación científica ($0,000005 = 5 \cdot 10^{-6}$).

Utilicen el diagrama para encontrar la suma de media pulgada más un tercio de pulgada.



En esta actividad los estudiantes recurren a una representación gráfica para dar solución a un problema.

- Al empalmar las tablas, ¿cuál es su grosor?
- ¿Cuánto falta o le sobra para alcanzar el grosor de la base que se requiere construir?
- Si las medidas del grosor de las tablas de madera fueran $\frac{3}{4}$ de pulgada y $\frac{2}{6}$ de pulgada, ¿creen que se obtendrá el espesor deseado para construir la base? ¿Cuál sería su grosor? ¿Pueden hacer un diagrama para calcularlo? ¿Cuánto faltaría o sobraría para alcanzar el grosor de la base?

Plantear actividades que impliquen hacer representaciones en la recta numérica

¿Cuántos números decimales hay entre 1,42 y 1,43? Esta fue la interrogante que Reys y Yang (1998) formularon, como parte de un trabajo de investigación, a estudiantes de Taiwán. Los resultados mostraron tres grupos de respuestas: un grupo expresaba que no existían números, ya que se trataba de consecutivos; otro grupo manifestó que hay nueve números (1,421; 1,422; 1,423...1,428; 1,429) y otro expresaba que habían infinitos números. Uno de los aspectos importantes de trabajar en la recta numérica es que los estudiantes asignan el cero, reconocen la conservación de la escala (iniciada de forma nocional como conservación de distancias iguales), y con estas condiciones asignan números racionales entre dos números racionales. Esto inicia al estudiante en reconocer la condición de densidad en este tipo de números.

Actividad N.º 1

En la IE Andrés Avelino Cáceres se va a realizar el festival pro fondos chocolatada navideña, para lo cual requieren construir un quiosco con una base de madera que tenga un grosor de una pulgada. La escuela solo cuenta con dos piezas de madera, una de media pulgada y otra de un tercio de pulgada.

Si se empalman estas dos piezas, ¿el grosor para la base será suficiente?, ¿cuánto faltaría o sobraría? Utilicen el diagrama para encontrar la suma de media pulgada más un tercio de pulgada.

1					
$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	

1. Al empalmar las tablas, ¿cuál es su grosor?*

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$
 $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$
 Rpta.: Su grosor es $\frac{5}{6}$ pulgadas

2. Si las medidas del grosor de las tablas fueran: $\frac{1}{3}$ de pulgada y $\frac{5}{12}$ de pulgada, al empalmarlas, ¿cuál sería su grosor?

A partir del gráfico: $\frac{1}{3}$
 - Todo el esquema es equivalente a $\frac{4}{12}$
 - $\frac{1}{3}$ es equivalente a $\frac{4}{12}$
 Por lo que el grosor será $\frac{5}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9}{12}$ pulgadas.

En las siguientes actividades se puede reconocer cómo el estudiante resuelve problemas apoyándose en el soporte gráfico.

* Problemas extraídos del laboratorio matemático: Decisión oportuna (páginas 66 y 67).

C. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR LA CAPACIDAD DE ELABORAR ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hemos reconocido que los números racionales tienen variadas formas de representación. Esto implica que el estudiante tiene más de una opción para desarrollar procedimientos en la resolución de problemas. En ese sentido, en las tareas mostradas vamos a precisar algunas estrategias orientadas al uso de gráficas y cómo con ellas podemos expresar fracciones equivalentes, realizar operaciones aditivas, hacer multiplicación de fracciones. Es necesario promover una mirada creativa y atrevida en la resolución de problemas, en lugar de procedimientos algorítmicos o algebraicos rutinarios.



Ojo con este dato

No confundamos tarea matemática con ejercicios o procedimientos algorítmicos. Las tareas orientan el desarrollo de las capacidades.

Un caminante recorre en la primera semana $\frac{1}{6}$ del camino, en la segunda semana $\frac{1}{3}$ del camino y en la tercera semana $\frac{2}{9}$ del camino. ¿Qué fracción del camino queda por recorrer?

En este caso, se recurre a plantear una ecuación para establecer las relaciones entre los datos.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3+6+4}{18} = \frac{13}{18}$$

$$x + \frac{13}{18} = \frac{18}{18}$$

$$x = \frac{18}{18} - \frac{13}{18} \rightarrow x = \frac{5}{18}$$

Rpta.: Queda por recorrer $\frac{5}{18}$ del camino.

PROBLEMA:

Paola regaló a cada uno de sus sobrinos una bolsa de caramelos. Rodrigo tomó la bolsa de $\frac{1}{4}$ kg; Diego, la de 0,25 kg, y Juana la de $\frac{2}{8}$ kg. ¿Quién de los sobrinos tomó la bolsa con más caramelos? Justifica tu respuesta.

En esta situación, el estudiante está particularizando cada dato del problema para hallar la solución.

Rodrigo = $\frac{1}{4} \rightarrow 0,25$
 Diego = 0,25
 Juana = $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} \rightarrow 0,25$

Todos tomaron la misma cantidad, ya que si conviertes las fracciones a decimal sale 0,25; que es igual al peso de lo que tiene Diego en su bolsa de caramelos.

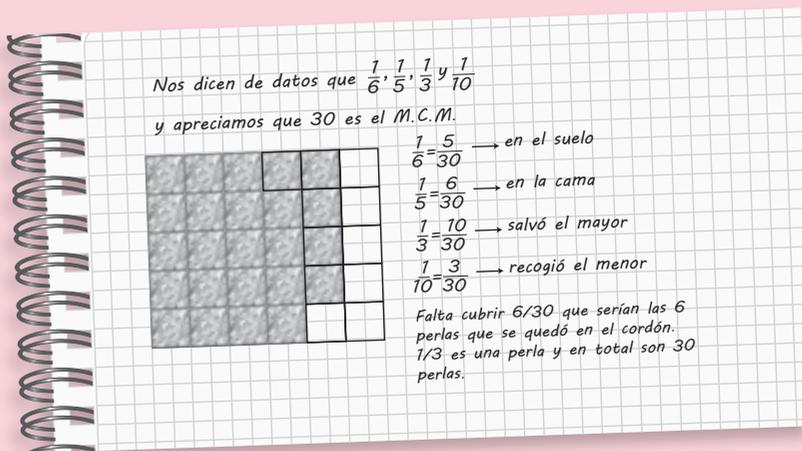
PROBLEMA:

Lee atentamente el siguiente poema y responde:

Un collar se rompió mientras jugaban dos hermanos.
Una hilera de perlas se escapó.
La sexta parte al suelo cayó.
La quinta parte en la cama quedó.
Un tercio por el hermano mayor se salvó.
La décima parte el menor recogió.
Y con seis perlas el cordón quedó.

Dime, ¿cuántas perlas tenía el collar de los hermanos?

Primera forma



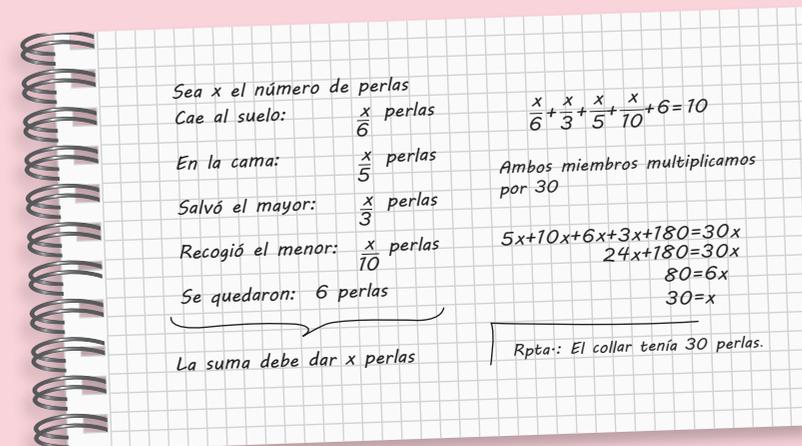
Nos dicen de datos que $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{10}$
y apreciamos que 30 es el M.C.M.

$\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$ → en el suelo
 $\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$ → en la cama
 $\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$ → salvó el mayor
 $\frac{1}{10} = \frac{3}{30}$ → recogió el menor

Falta cubrir $\frac{6}{30}$ que serían las 6 perlas que se quedó en el cordón.
 $\frac{1}{3}$ es una perla y en total son 30 perlas.

En estas situaciones se reconocen dos procedimientos en la resolución del mismo problema. En el primero, se recurre a una representación gráfica y en el segundo, a un planteo de ecuación. Asimismo, ambos estudiantes elaboran un listado ordenado.

Segunda forma



Sea x el número de perlas

Cae al suelo: $\frac{x}{6}$ perlas
En la cama: $\frac{x}{5}$ perlas
Salvó el mayor: $\frac{x}{3}$ perlas
Recogió el menor: $\frac{x}{10}$ perlas
Se quedaron: 6 perlas

La suma debe dar x perlas

$\frac{x}{6} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + \frac{x}{10} + 6 = 10$

Ambos miembros multiplicamos por 30

$5x + 10x + 6x + 3x + 180 = 30x$
 $24x + 180 = 30x$
 $80 = 6x$
 $30 = x$

Rpta.: El collar tenía 30 perlas.

D. RECONOCIENDO ALGUNAS TAREAS PARA DESARROLLAR LA CAPACIDAD DE USO DE LENGUAJE SIMBÓLICO, TÉCNICO Y FORMAL

Hemos reconocido que los números racionales están presentes en nuestro entorno. A partir de una actividad vivencial, como los proyectos, los estudiantes pueden interpretar los números racionales. Además, el desarrollo de cada tarea conduce al estudiante a expresarse con símbolos y formalizar el lenguaje matemático.

En ese sentido, es necesario poner mayor énfasis en la forma como aproximamos estas expresiones simbólicas, técnicas y formales a ellos. Las tareas encomendadas deberían tener características de complementación de datos y establecer relaciones entre objetos o procedimientos a fin de que el estudiante progresivamente constituya y desarrolle el valor de las expresiones en la situación problemática.

Plantear actividades que impliquen expresar objetos matemáticos en esquemas de organización

En el campo de los números racionales, el estudiante emplea variadas expresiones (fraccionaria, decimal y notación científica), emplea la recta numérica, realiza operaciones aditivas y multiplicativas. En los escenarios de aprendizaje, estas expresiones se utilizan de forma amplia; sin embargo, deben plantearse interrogantes que precisen el dominio de las expresiones, reglas y procedimientos, a fin de promover seguridad en la predicción de las operaciones matemáticas que sean necesarias.

Actividad N.º 1

En la IE Andrés Avelino Cáceres se va a realizar el festival pro fondos chocolatada navideña, para lo cual requieren construir un quiosco con una base de madera que tenga un grosor de una pulgada. La escuela solo cuenta con dos piezas de madera, una de media pulgada y otra de un tercio de pulgada.

Si se empalman estas dos piezas, ¿el grosor para la base será suficiente?, ¿cuánto faltaría o sobraría? Utilicen el diagrama para encontrar la suma de media pulgada más un tercio de pulgada.

1					
$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	

1. Al empalmar las tablas, ¿cuál es su grosor?

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} = 3\left(\frac{1}{6}\right) \\ \frac{1}{3} = 2\left(\frac{1}{6}\right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{3}{6} \\ 2\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{6} \end{array} \left. \right\} \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Se quiere formar la base con tablas cuyos grosores se señalan en cada uno de los cuadros de la siguiente tabla informativa. ¿Qué medida debe tener el grosor de la tercera tabla para construir la base?

Medida del grosor de la base (pulgadas)	Grosor de la primera tabla (en pulgadas)	Grosor de la tabla (en pulgadas)	Grosor de la tercera tabla (en pulgadas)
2	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$2 \cdot (\frac{4}{5} + \frac{2}{3}) = 2 \cdot (\frac{12}{15} + \frac{10}{15}) = 2 \cdot \frac{22}{15} = \frac{8}{15}$
3	$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{6}$	$3 \cdot (\frac{7}{4} + \frac{5}{6}) = 3 \cdot (\frac{21}{12} + \frac{10}{12}) = 3 \cdot \frac{31}{12} = \frac{5}{12}$
$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2} + \frac{2}{3}) = \frac{3}{2} \cdot (\frac{3}{6} + \frac{4}{6}) = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{6} = \frac{9}{6} \cdot \frac{7}{6} = \frac{2}{6}$

E. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR LA CAPACIDAD DE ARGUMENTACIÓN

En las actividades propuestas, el estudiante interactúa con sus pares. En este espacio pueden propiciarse interrogantes respecto a lo desarrollado y motivar el intercambio de ideas, argumentos y formas de razonar.

El conjunto de actividades planteadas orienta al estudiante a la resolución del problema inicial. Asimismo, lo familiariza con el uso adecuado de las expresiones simbólicas y formales.

Elabora un problema en el que apliques las estrategias usadas en los problemas anteriores.

Una señora fue a comprar con un presupuesto de \$/. 240.
Gastó $\frac{1}{4}$ en carne, $\frac{1}{8}$ en arroz y 0,5 en leche.
¿Cuánto le queda para los huevos?

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{2+4+1}{8} = \frac{7}{8}$$

Quedaría $\frac{1}{8}$ → $\frac{1}{8} \times 240 = \frac{30}{1}$ = \$/. 30 en huevos.

¿Qué harías si en un problema debes efectuar operaciones con números decimales o fracciones?

Convertiría las fracciones a decimales, ya que así es más sencillo. Pero si hay demasiados, convertiría los que son menos en de los que hay de mayor representación, ya sea fracción o decimal. Por ejemplo si hay más fracciones convierto el resto de decimales en fracciones.

Estas interrogantes se han planteado después de la actividad experimental realizada por los estudiantes. En sus respuestas es posible identificar formas de argumentación respecto a sus experiencias.

VI. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizaje respecto a la función lineal?

Desarrollar aprendizajes matemáticos utilizando la función lineal significa:

- 1) aprender a caracterizar situaciones de cambio en diferentes contextos,
- 2) aprender a describirla, modelarla y representarla en distintos sistemas o registros simbólicos (verbales, icónicos, gráficos o algebraicos).

- El estudiante empieza a hacer uso de las relaciones entre cantidades desde Educación Inicial.
- En Educación Primaria realizan relaciones de correspondencia. Asimismo, empiezan a establecer relaciones entre magnitudes que ordenan y representan de forma tabular.
- En Educación Secundaria –debido a la profundidad de los saberes– ya realizan diversas conexiones entre los conocimientos matemáticos. Las representaciones también se extienden a expresiones en el plano cartesiano.
- Las funciones establecen una relación especial, dando más evidencia a la variación, el cambio y la modelación de los procesos de la vida cotidiana. Es, asimismo, un conocimiento articulador con Educación Primaria en los dos grados del VI ciclo.

Establecer relaciones entre variables supone examinar fenómenos, objetos y situaciones matemáticas, considerándolos como totalidades, para detectar o buscar relaciones entre ellos y usar estas con una intención para lograr un objetivo.

Mostraremos a continuación una propuesta articulada de organización por laboratorios, talleres y proyectos matemáticos que muestran cómo promover estos aprendizajes. La propuesta busca ser parte de una unidad didáctica.

Sesión laboratorio matemático:
Horas alrededor del planeta

Sesión laboratorio matemático:
Un rectángulo que crece

Sesión taller matemático

Proyecto matemático
En verano, bolas para todos

6.1 Algunas situaciones de aprendizaje

Situación 1

Sesión laboratorio matemático:

Horas alrededor del planeta

Situación problemática:

Nelly vive en la ciudad de Lima y su papá, en Buenos Aires. Si el papá trabaja desde las 7 de la mañana (7:00) hasta las 3 de la tarde (15:00 horas de Buenos Aires), ella cree que encontrará a su papá en casa si lo llama a las 6 de la mañana (hora de Lima). ¿Es acertado lo que piensa?

Indicador:

Construcción del significado y uso de la proporcionalidad y funciones lineales en situaciones problemáticas de variación (costo-cantidad, distancia-tiempo, costo-tiempo, altura-base)

- Experimenta situaciones de cambio para el desarrollo del significado de la proporcionalidad directa y la función lineal.
- Ordena datos en esquemas para el establecimiento de relaciones de proporcionalidad directa y de dependencia lineal.
- Expresa en forma gráfica, tabular o algebraica las relaciones de proporcionalidad directa y de dependencia lineal.
- Explica el proceso de resolución de situaciones problemáticas que implican el uso de la proporcionalidad directa, funciones lineales y modelos lineales.
- Elabora estrategias heurísticas para resolver problemas que involucran funciones lineales y de proporcionalidad directa.
- Justifica el uso de una representación gráfica de la función lineal para modelar una situación problemática.
- Explica procedimientos para establecer las relaciones de proporcionalidad directa, de dependencia lineal afín en expresiones gráficas, tabulares o algebraicas.

Contexto

Situación social

Áreas afines

Historia, Geografía y Economía

Ciencia, Tecnología y Ambiente

Conocimiento

- Función lineal afín

Grado

Segundo grado de Secundaria

Cuándo hacerlo:

En otras secuencias, los estudiantes han trabajado cantidades directamente proporcionales. Lo que aprendieron les permitirá expresar algebraicamente la relación entre cantidades. Por ello, a partir de una situación problemática se genera una serie de interrogantes que se orientan, de forma inductiva, a ir comprendiendo la función lineal.

Tiempo:

Una sesión de 90 minutos

Sirve para:

- Resolver problemas en los que están presentes cantidades relacionadas.
- Representar esta relación mediante una tabla y una expresión algebraica.

Necesitas:

- Texto del grado

Conocimientos previos:

- Representar datos en expresiones gráficas. • Proporcionalidad directa entre magnitudes.

Actividad N.º 1



En pareja

Debido al movimiento de rotación de la Tierra hay diferencias de horario. Esto quiere decir que mientras en un lugar del mundo son las 10 de la mañana, en otro pueden ser las 12 de la noche. Por ejemplo, cuando en la ciudad de Buenos Aires son las 7:00 h (7 de la mañana), en la ciudad de Lima son las 5:00 h (5 de la mañana).

Para calcular las horas, el planeta Tierra se ha dividido en 24 áreas, llamadas husos horarios. A cada uno de los husos horarios le corresponde una hora distinta, de manera que en el problema hay 24 horas distintas al mismo tiempo. Así, cuando en Buenos Aires son las 6:00 p. m., en Lima son las 4:00 p. m.

Adaptación: Araujo, M. y otros (2008). Matemáticas I, volumen 2. Pág. 130.

1. Nelly vive en Lima y su papá, en Buenos Aires. Si el papá de Nelly trabaja de 7 de la mañana (7:00) a 3 de la tarde (15:00 horas de Buenos Aires), ella cree que encontrará a su papá en casa si lo llama a las 6 de la mañana (hora de Lima). ¿Es acertado lo que piensa?

Para resolver el problema, completen la siguiente tabla para calcular la hora en la ciudad de Buenos Aires a partir de la hora de Lima.

Hora de Lima	Hora de Buenos Aires
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

2. ¿Qué hora es en Buenos Aires si en Lima son las 14 horas?
3. Si el papá de Nelly demora 1 hora en el trayecto del trabajo a su casa, ¿a partir de qué hora (en Lima) puede hablarle Nelly para encontrarlo de regreso en casa?
4. ¿De qué hora a qué hora de Lima, Nelly no va a encontrar a su papá?

5. Llamen "x" a la hora de Lima e "y" la hora en Buenos Aires. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular la hora de Buenos Aires a partir de la hora de Lima?

- a) $x = y + 1$
- b) $y = x - 1$
- c) $y = x + 2$
- d) $y = x - 2$

6. Si la hora en Lima está entre 22:00 h y 24:00 h (por ejemplo, las 23:30 h), la expresión algebraica $y = x + 2$ no permite encontrar la hora de Buenos Aires (y) a partir de la hora en Lima (x), pues se pasa de las 24:00 h.

- a) Cuando la hora en Lima está entre las 22:00 h y las 24:00 h, ¿qué cálculos hay que hacer para obtener la hora de Buenos Aires a partir de la hora de Lima?
- b) Escriban una expresión que nos permita encontrar la hora de Buenos Aires (y) a partir de la hora en Lima (x), cuando la hora en Lima está entre las 22:00 h y las 24:00 h.

7. Para obtener la hora de Buenos Aires a partir de la hora de Lima, cuando en Lima pasan de las 22:00 h, se resta 22 a la hora de Lima; por ello, la expresión es $y = x - 22$.

Usando la expresión algebraica $y = x + 2$ (o bien, la expresión $y = x - 22$):

- a) ¿Qué hora es en Buenos Aires si en Lima son las 23:45 h?
- b) ¿Qué hora es en Buenos Aires si en Lima son las 0:30 h?
- c) ¿Qué hora es en Buenos Aires si en Lima son las 22:59 h?
- d) ¿Qué hora es en Buenos Aires si en Lima son las 0:00 h?

Recomendación:

Desarrolla las interrogantes haciendo uso de un cuadro similar a la pregunta 1.

Actividad N.º 2

Reflexionen y respondan



En grupo

En la expresión algebraica $y = x + 2$, la variable "y" depende o está en función de la variable "x"; al número 2 se le denomina constante, que siempre hay que sumar a la "x" para obtener la "y".

Sebastián ha investigado y explica que si en Los Ángeles son las 4:00 horas del día, en ese momento son las 21:00 horas en Tokio. Entonces expresa la siguiente función $t = 21 + a$, aduciendo que t es la variable independiente y a es la variable dependiente. Nelly, que ha estado escuchando su afirmación, no está de acuerdo.

1. ¿Será cierta la afirmación de Sebastián? Justifiquen su respuesta.
2. Nelly enuncia que esta expresión: $z = x + 15$ es la que describe una relación entre la hora en Lima (x) y la hora en Tokio (z). Expliquen con sus propias palabras el significado de esta expresión.
3. ¿Cuáles son las variables en esta relación funcional?
4. ¿Cuál es la constante en esta relación funcional?
5. ¿Qué estrategia les permite reconocer la relación entre las variables?
6. Luis tiene tres hermanos: Rocío, Juan y Fernanda. Completen la siguiente tabla con las edades de los hermanos de Luis.

Edad de Luis (años)	Edad de Rocío (años)	Edad de Juan (años)	Edad de Fernanda (años)
6	10	8	1
7	11	9	2
8	12	10	3
10		12	5
12	16	14	
13		15	8
14	18		
20			
25		27	

7. Cada integrante del equipo debe escoger a uno de los hermanos de Luis y escribir en su cuaderno una expresión algebraica para calcular la edad del hermano que escogió a partir de la edad de Luis.
8. En las expresiones que encontraron hay cuatro variables distintas, ¿cuáles son las variables y qué características tienen? ¿Cuáles son las constantes en estas relaciones funcionales?

Actividad N.º 3

Resuelvan situaciones problemáticas



En pareja

8. Un propietario tiene varios departamentos similares. Si alquila 14, recibe mensualmente \$13 720. Establece la ley de correspondencia que define el costo de alquiler.



Problema de traducción simple

- a. $f(x) = 960x$ d. $f(x) = 14x + 960$
b. $f(x) = 980x$ e. $f(x) = 14x$
c. $f(x) = 1372x$

Para el planteamiento de las situaciones problemáticas, puede recurrir a los textos de Secundaria. Por ejemplo, 2.º grado, págs. 50 y 53.

5. Investigaciones científicas han demostrado que la frecuencia de los chirridos de los grillos es una función lineal afín a la temperatura ambiental.

Grados Fahrenheit	x	45	46	47	48	49
Chirridos por minuto	$f(x)$	20	24	28	32	36

- a. Expresa la regla de correspondencia de la función.
b. Completa la tabla. $f(x) = 4x - 160$
c. A 50 grados Fahrenheit, ¿cuántos chirridos por minuto emitirá un grillo? 40



Problema de traducción compleja



Recuerda:

Los objetos matemáticos claves que movilizan una adecuada expresión de la función lineal son tres: 1) el lenguaje algebraico, 2) las operaciones con números racionales y 3) la gráfica en el plano cartesiano. Mediante la actividad del laboratorio y partiendo de una situación problemática, se van estableciendo relaciones simbólicas y lógicas, y se van descubriendo las condiciones que se atribuyen a una función, en este caso, lineal.

La sección **Reflexionen y respondan** es importante. Allí se deben definir las condiciones de una función, sus características, un ambiente comunicativo de acuerdos y síntesis conceptual respecto a la función lineal. Luego, los estudiantes resuelven problemas sobre la actividad desarrollada.

Situación 2

Sesión laboratorio matemático:

Un rectángulo que crece

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

En un centro de cambio de monedas, la expresión $y = 2,5x + 0,5$ permite calcular la cantidad de nuevos soles (y) que se obtienen al cambiar distintas cantidades de dólares (x) más 0,5 de comisión. Grafiquen esta situación:

- ¿Cuáles puntos de la gráfica están sobre una línea recta?
- Comparen la gráfica anterior con la gráfica correspondiente a la expresión $y = 3,5x + 0,5$ que permite encontrar la cantidad de nuevos soles que se obtienen al cambiar euros.

Indicador:

Construcción del significado y uso de la proporcionalidad y funciones lineales en situaciones problemáticas de variación (costo-cantidad, distancia-tiempo, costo-tiempo, altura-base)

- Experimenta situaciones de cambio para el desarrollo del significado de la proporcionalidad directa y la función lineal.
- Ordena datos en esquemas para el establecimiento de relaciones de proporcionalidad directa y de dependencia lineal.
- Expresa en forma gráfica, tabular o algebraica las relaciones de proporcionalidad directa y de dependencia lineal.
- Explica el proceso de resolución de situaciones problemáticas que implican el uso de la proporcionalidad directa, funciones lineales y modelos lineales.
- Elabora estrategias heurísticas para resolver problemas que involucran funciones lineales y de proporcionalidad directa.
- Justifica el uso de una representación gráfica de la función lineal para modelar una situación problemática.
- Explica procedimientos para establecer las relaciones de proporcionalidad directa, de dependencia lineal afín en expresiones gráficas, tabulares o algebraicas.

Contexto

Situación científica

Áreas afines

Ciencia, Tecnología y Ambiente

Conocimiento

- Función lineal afín

Grado

Segundo grado de Secundaria

Cómo hacerlo:

Experimentar con la variación que se produce en la longitud de un rectángulo.

Tiempo:

2 sesiones de 90 minutos

Sirve para:

- Resolver problemas que implican la función cuadrática.

Necesitas:

- Papel milimetrado

Conocimientos previos:

- Representar datos en expresiones gráficas. • Proporcionalidad directa entre magnitudes.



Importante

Para ampliar estudios respecto a las funciones, se recomienda visitar:

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de funciones en secundaria

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f3.pdf

Actividad N.º 1



En pareja

1. Haciendo uso del papel milimetrado representen el siguiente enunciado: "La longitud de la base de un rectángulo es 3 cm más grande que su altura". Para ello, recurran a particularizar el problema.
2. ¿Qué otras formas podrían cumplir esta condición? Representen las gráficas respectivas.
3. ¿Cuánto medirá la base si la altura mide 5 cm?
4. Si la base midiera 7 cm, ¿cuánto mediría la altura?
5. Ordenen los posibles valores que cumplen con el enunciado y completen la tabla.

Base (cm)	Altura (cm)	Área (cm ²)
4	1	$4 \times 1 = 4$
5	2	$5 \times 2 = 10$
6	3	$6 \times 3 = 18$
7		...
8		...
...
...

6. Observen las parejas de valores (base y altura) formados en la tabla anterior: (4;1), (5;2), (6;3), etc. ¿Podremos reconocer una relación entre ellas respecto a la medida de la altura y la base?
7. Róger reconoce que se puede realizar una expresión algebraica para hallar la medida de la base a partir de la altura. ¿Cuál sería esta expresión?

Actividad N.º 2

Reflexionen y respondan



En grupo

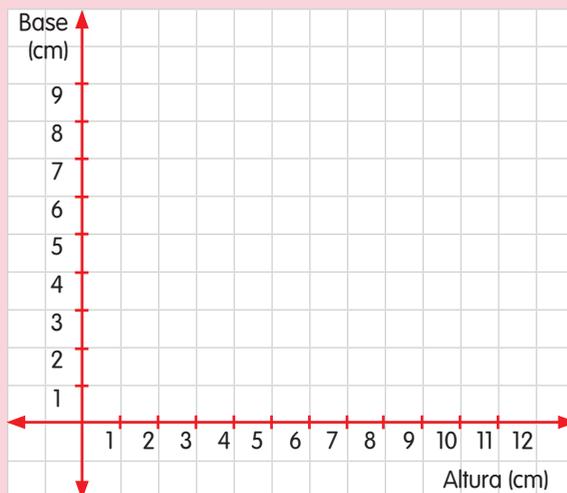
Hasta el momento hemos realizado de forma experimental la relación entre la base y la altura en un rectángulo. Después hemos ordenado los posibles valores en un cuadro y una relación entre ellos. Luego realizamos una expresión algebraica para generalizar la expresión del cuadro de datos.

Róger examina lo elaborado y expresa que con estos procedimientos podríamos saber las relaciones entre la base y la altura de cualquier rectángulo y hasta de rectángulos no elaborados o grandes rectángulos. Sebastián advierte que no es así, pues cada uno de los procedimientos tiene sus ventajas y desventajas.

1. Expresen las ventajas y desventajas de usar la ecuación $\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$, con respecto a la tabla de valores, la actividad de experimentar en el papel milimetrado y la expresión algebraica para determinar las cantidades desconocidas. Escriban sus conclusiones.

Ventajas		
Actividad experimental	Tabla de valores	Expresión algebraica
Desventajas		
Actividad experimental	Tabla de valores	Expresión algebraica
Conclusiones		

2. Una organización gráfica permite reconocer en el plano cartesiano una relación de correspondencia entre dos variables.



- Usando la gráfica, determinen la medida de la base cuando la altura es 12 cm.
- Usando la gráfica, determinen la media de la altura cuando la base es 18 cm.
- Unan los puntos con segmentos de la recta, ¿qué tipo de línea obtienen?
- A partir de la tabla, hagan la gráfica de la relación entre altura y área en el siguiente sistema de coordenadas. Pueden también graficar en el papel milimetrado.
- Unan los puntos. ¿Qué tipo de línea obtienen?

3) ¿En qué son semejantes, y en qué son diferentes las gráficas de base-altura y de altura-área?

Relaciones gráficas	Gráfica base-altura Vs Gráfica altura-área
Semejanzas	
Diferencias	

Actividad N.º 3

Una gráfica puede ser más conveniente que una tabla o una fórmula para obtener respuestas a algunos problemas, como la conversión de una escala de unidades a otra, aunque las respuestas obtenidas pueden ser solo aproximadas.



En pareja

Realiza la gráfica que relacione la medida de la temperatura en grados Fahrenheit y grados centígrados, $^{\circ}C = \frac{5(F-32)}{9}$
Para ello, completa la tabla:

F	32	41			
°C	0				

Con los valores de la tabla, localicen en el siguiente sistema de coordenadas los puntos correspondientes (32;0), (41;5), ...

Actividad N.º 4

Reflexionen y respondan



En grupo

Las relaciones entre cantidades x e y , que se pueden describir mediante ecuaciones de la forma $y = ax + b$, con a y b números racionales, se llaman funciones lineales. La letra " x " recibe el nombre de variable independiente y la " y ", variable dependiente.

Problema:

Gabriela compró un arbolito de 40 cm de altura, su crecimiento mensual es de 10 cm durante los primeros meses. El crecimiento, c en centímetros, durante los primeros meses es proporcional al número de meses " n " transcurridos: $c = 10n$. Mientras que la altura, h en centímetros, durante los primeros meses se obtiene sumando la altura inicial, 40 cm, al crecimiento: $h = 40 + 10n$

A partir del problema, elaboren una tabla de valores y la representación gráfica de la función.

Actividad N.º 5

Resuelvan situaciones problemáticas



En pareja

1. En un centro de cambio de monedas, la expresión $y = 2,5x + 0,5$ permite calcular la cantidad de nuevos soles (y) que se obtienen al cambiar distintas cantidades de dólares (x) más S/.0,5 de comisión. Grafiquen esta situación:
 - a) Si $y = 0$, ¿cuánto vale x ?
 - b) ¿Qué puntos de la gráfica están sobre una línea recta?
 - c) Comparen la gráfica anterior con la correspondiente a la expresión $y = 3,5x + 0,5$ que permite encontrar la cantidad de nuevos soles que se obtiene al cambiar a euros.
 - d) ¿A qué denominamos variable independiente y variable dependiente?

2. Siempre que Juan va a la estación de servicios de combustible, llena el tanque de su automóvil con gasolina de 97 octanos. Esta vez la empresa informa de los nuevos precios que se muestran a continuación.

Gasolina	Precio por galón (S/.)
84 octanos	11
90 octanos	14
97 octanos	15

- a) Escriban la función lineal que relaciona la cantidad de gasolina y el precio.
 - b) Realicen la gráfica correspondiente.
 - c) Si Juan consume mensualmente 10 galones, ¿cómo expresarían sus gastos mensuales?
3. Considerando que la distancia de Lima a Ica es de 300 km (aprox.) y que un auto sale de Lima a Ica con una velocidad constante de 50 km/h.
 - a) Completen la siguiente tabla:

Tiempo (h)	Distancia recorrida (km)	Falta para llegar (km)
1	50	250
2	100	200
3		
4		
5		
6		

- b) Grafiquen la información de la tabla anterior en el plano cartesiano. Coloquen el tiempo en el eje "x" y la distancia en el eje "y". ¿Cuáles son las características del gráfico?, ¿a qué tipo de función corresponde?
- c) Escriban la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida en función del tiempo transcurrido.
- d) Apliquen la expresión algebraica encontrada y comparen si se obtienen los mismos valores de la tabla anterior.
- e) Describan la estrategia que emplearon para hallar la expresión que define la función. ¿Es similar a la del problema anterior? ¿En qué se parecen?

4. Una empresa telefónica cobra S/.0,20 por minuto de llamada y por mantenimiento cobra un monto fijo mensual de S/.20.

a) Completen la siguiente tabla:

Llamadas por minuto	Costo fijo (S/.)	Costo variable (S/.)	Costo total (S/.)
0	20	0	20
1	20	0,20	20,20
2	20	0,40	20,40
10	20		
100			

b) Escriban la función que permite calcular el costo mensual del servicio telefónico, dependiendo del tiempo de llamada.

c) Describan la estrategia que emplearon para hallar la función.

d) ¿Se parece este problema a otros desarrollados anteriormente? ¿En qué?

e) Investiguen y elaboren un mapa mental respecto a la función lineal.



Recuerda:

A partir de situaciones problemáticas de variación, utilizando las hojas cuadrículadas, los estudiantes experimentan y organizan los datos en un cuadro. Estas actividades permiten que los estudiantes:

- Primero, representen en el plano cartesiano y vayan reconociendo características en variadas representaciones gráficas.
- Luego, reconozcan la representación de la función lineal como un modelo tabular, algebraico y gráfico.

Con las actividades referidas a **Reflexionen y respondan** y **Resuelvan situaciones problemáticas**, se busca consolidar el conocimiento mediante la práctica. Observa que cada planteamiento responde a niveles cada vez más complejos.

Situación 3

Sesión taller matemático

<p>Indicador: Construcción del significado y uso de la proporcionalidad inversa y funciones lineales afines en situaciones problemáticas de variación (costo-cantidad, distancia-tiempo, costo-tiempo, altura-base)</p> <ul style="list-style-type: none">• Ordena datos en esquemas para el establecimiento de relaciones de proporcionalidad directa, inversa y de dependencia lineal afín.• Expresa en forma gráfica, tabular o algebraica las relaciones de proporcionalidad directa, inversa y de dependencia lineal afín.• Elabora estrategias heurísticas para resolver problemas que involucran funciones lineales afines y de proporcionalidad directa e inversa.• Justifica, y recurriendo a expresiones gráficas, afirmaciones relacionadas con la dependencia funcional entre variables y proporcionalidad inversa.• Explica procedimientos para establecer las relaciones de proporcionalidad directa e inversa, de dependencia lineal afín en expresiones gráficas, tabulares o algebraicas.	<p>Contexto Científico, social, económico</p>
<p>Conocimiento</p> <ul style="list-style-type: none">• Función lineal afín	<p>Grado Segundo grado de Secundaria</p>
<p>Cómo hacerlo: Los estudiantes emplearán los módulos de resolución de problemas Resolvamos 2.</p>	
<p>Sirve para:</p> <ul style="list-style-type: none">• Resolver problemas en los que se implica la función cuadrática.	
<p>Necesitas:</p> <ul style="list-style-type: none">• Módulo de resolución de problemas Resolvamos 2.	
<p>Conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none">• Representar datos en expresiones gráficas. • Proporcionalidad directa entre magnitudes.	

Un paseo bien pensado

Jenny y su familia están planeando una visita a sus tios que viven en una población rural a 395 km de distancia. Para llegar a su destino, ellos tienen dos opciones.

Opción A: Viajar en la camioneta familiar que usa gasolina de 90 octanos. Este vehículo puede alcanzar una velocidad promedio de 70 km/h, su rendimiento (es decir, los kilómetros que puede recorrer por cada galón de gasolina consumido) es de 40 km/galón y el costo actual del galón de gasolina de 90 octanos es de \$/ 11,50.

Opción B: Viajar en un autobús de la empresa Star Tours. La velocidad promedio permitida es de 50 km/h y el pasaje cuesta \$/ 21,50 por persona.



Fuente: Manual del docente, Resolvamos 2, Ministerio de Educación, 2012



Recuerda:

En esta actividad se hace uso del módulo Resolvamos 2, distribuido por el Ministerio de Educación. A partir del texto se identifican los problemas que van a ser presentados y seleccionados por su nivel de complejidad, los que servirán para orientar el desarrollo de las fases de la resolución de problemas.

Situación 4

Proyecto matemático:

En verano, bolas para todos (texto del 2.º grado de Secundaria, pág. 66)

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

A partir de una actividad comercial, los estudiantes desarrollan un proyecto que durará dos semanas. Cada grupo realizará un negocio, reconocerá el capital inicial, determinará el precio de venta del producto, calculará la recaudación total.

Indicador:

Construcción del significado y uso de la proporcionalidad inversa y funciones lineales afines en situaciones problemáticas de variación (costo-cantidad, distancia-tiempo, costo-tiempo, altura-base)

- Experimenta situaciones de cambio para el desarrollo del significado de las funciones lineales afines.
- Ordena datos en esquemas para el establecimiento de relaciones de proporcionalidad directa, inversa y de dependencia lineal afín.
- Expresa en forma gráfica, tabular o algebraica las relaciones de proporcionalidad directa, inversa y de dependencia lineal afín.
- Resume sus intervenciones respecto a las estrategias de resolución empleadas para el desarrollo de problemas diversos que implican el uso de funciones lineales afines, modelos lineales afines, proporcionalidad directa e inversa.
- Elabora estrategias heurísticas para resolver problemas que involucran funciones lineales afines y de proporcionalidad directa e inversa.
- Justifica, recurriendo a expresiones gráficas, afirmaciones relacionadas con la dependencia funcional entre variables y proporcionalidad inversa.
- Explica procedimientos para establecer las relaciones de proporcionalidad directa e inversa, de dependencia lineal afín en expresiones gráficas, tabulares o algebraicas.

Contexto

Social, económico y científico

Áreas afines

Educación para el Trabajo

Conocimiento

- Función lineal afín

Grado

Segundo grado de Secundaria

Propósito

- Realizar gráficas en el plano cartesiano de una función lineal afín.

Conocimientos previos:

- Conjuntos
- Plano cartesiano
- Ecuación de primer grado

Tiempo:

Dos sesiones de 90 minutos

¿Qué ha ocurrido en las situaciones planteadas acerca de la función lineal?

Los estudiantes, a partir de situaciones originadas por los husos horarios, empiezan a establecer relaciones entre las diferencias de horas, llegan a formalizar y establecer relaciones simbólicas y lógicas, y van descubriendo las condiciones que se atribuyen a una función lineal.

Más adelante, a partir de situaciones problemáticas de variación y empleando hojas cuadriculadas, los estudiantes experimentan y organizan los datos en un cuadro. El desarrollo de la actividad los lleva a representar en el plano cartesiano e ir reconociendo características de variadas representaciones gráficas para luego reconocer la representación de la función lineal como un modelo tabular, algebraico y gráfico.

Posteriormente, a partir de una actividad vivencial, establecen relaciones entre magnitudes para reconocer las características de inversión, ganancias o pérdidas en un negocio.

6.2 Algunas actividades para el desarrollo de las capacidades vinculadas a la función lineal

A. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR LA CAPACIDAD DE MATEMATIZACIÓN

En nuestro contexto, se reconocen, entre otros, fenómenos sociales y físicos en los que una magnitud se relaciona con otra. Por ejemplo: el tiempo transcurrido y la distancia recorrida, la cantidad de productos comprados y el costo total, etc. Respecto a las funciones lineales, se pueden reconocer relaciones entre:

- Costo-cantidad.
- Distancia-tiempo.
- Costo-tiempo.
- Altura-base.



Ojo con este dato

Es importante promover un conjunto articulado de tareas, de tal forma que se vea la verdadera práctica de creación, investigación, exploración y construcción de relaciones matemáticas a partir de situaciones problemáticas. Para efectos de ejemplos didácticos, se presentan algunos grupos de tareas pertinentes a su contexto.

Recurrir a actividades vivenciales de costo-cantidad

En las actividades vivenciales abordadas como proyecto de aprendizaje, el estudiante se enfrenta a un problema real y moviliza sus saberes matemáticos previos.

En el primer ejemplo, se reconoce que es parte de una actividad inicial orientada a un proyecto. En ella, los estudiantes tienen que tomar varias decisiones a partir de posibles cantidades de emplear respecto a un producto.

Situación problemática

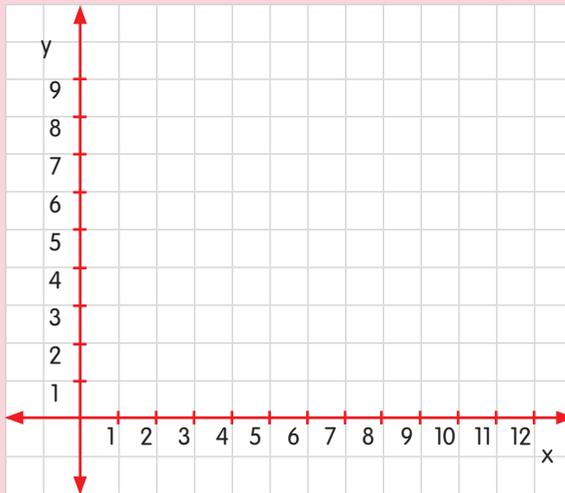
- A partir de una actividad comercial, los estudiantes desarrollan un proyecto que durará dos semanas. Cada grupo realizará un negocio, reconocerá el capital inicial, determinará el precio de venta del producto, calculará la recaudación total.
- **Propósito**
Realizar gráficas en el plano cartesiano de una función lineal afín.
- **Producto**
Elaboración de una gráfica lineal en un papelógrafo, en la que relaciona la cantidad de empanadas y la cantidad de harina empleada.

B. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES EN TORNO A LA CAPACIDAD DE REPRESENTACIÓN

(Texto del 2.º grado de Secundaria, pág. 67, 9.d)

Representen los datos de la tabla en el plano cartesiano.

Número de productos vendidos	1	2	5	30	50	100
Precio (S/.)						



Es importante que el estudiante exprese diversas formas de representación. Por eso, para el desarrollo de esta capacidad, se recomienda plantear tareas de complementación de datos. Por medio de ellas las acciones del estudiante se dirigen a organizar la información, a partir de datos diversos y su posterior esquematización.

Luis tiene tres hermanos: Rocío, Juan y Fernanda. Completen la siguiente tabla con las edades de los hermanos de Luis.

Edad de Luis (años)	Edad de Rocío (años)	Edad de Juan (años)	Edad de Fernanda (años)
6	10	8	1
7	11	9	2
8	12	10	3
10		12	5
12	16	14	
13		15	8
14	18		
20			
25		27	

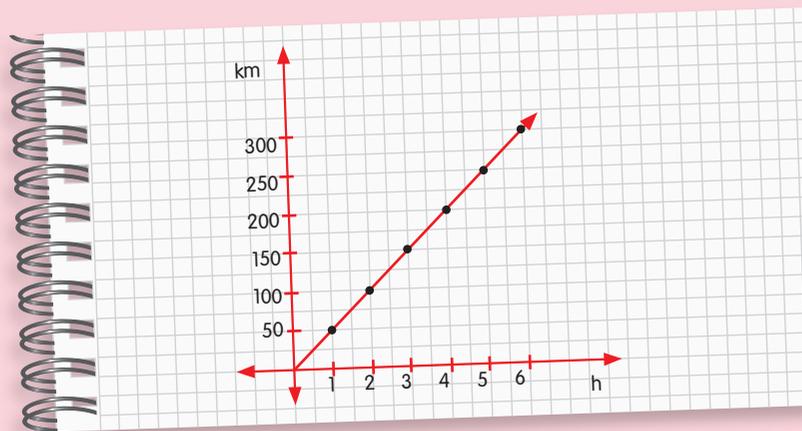
Emplear flechas sagitales asociadas a operadores orienta al estudiante a establecer relaciones en la organización de datos.

Realicen la gráfica que relacione la medida de la temperatura en grados Fahrenheit y grados centígrados. $^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (F - 32)$
Para ello, completen la tabla:

F	32	41	50	59	68
$^{\circ}\text{C}$	0	5	10	15	20

Dos aspectos a considerar en la representación de las gráficas en el plano cartesiano son:
1) Enunciar las variables en los respectivos ejes.
2) Distribuir proporcionalmente los intervalos en las variables consideradas.

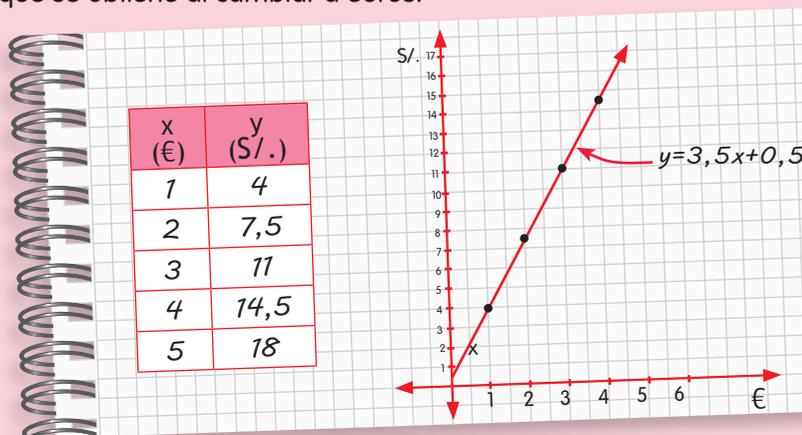
Coloquen el tiempo en el eje "x" y la distancia en el eje "y". ¿Cuál es la característica del gráfico?, ¿a qué tipo de función corresponde?



C. RECONOCIENDO ALGUNAS ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR LA CAPACIDAD DE ELABORAR ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Comparen la gráfica anterior con la correspondiente a la expresión $y = 3,5x + 0,5$ que permite encontrar la cantidad de nuevos soles que se obtiene al cambiar a euros.

En esta actividad se reconoce que para resolver el problema primero se ha establecido como una submeta elaborar un esquema de tabulación de datos, para luego expresarlo en un esquema gráfico.



Si la hora en Lima está entre 22:00 h y 24:00 h (por ejemplo, las 23:30 h), la expresión algebraica $y=x+2$ nos permite encontrar la hora de Buenos Aires (y) a partir de la hora en Lima (x), pues se pasa de las 24:00 h.

Primera forma:

Si en Lima son	+2h	Buenos Aires son
22:00 (pm)		0:00 (am)
22:30 (pm)		0:30 (am)
23:00 (pm)		1:00 (am)
23:30 (pm)		1:30 (am)

En esta actividad se reconoce que los estudiantes recurren a dos procedimientos distintos. En uno establecen una correspondencia con flechas sagitales y en otro recurren a un planteamiento de ecuación.

Segunda forma:

23:30 h	$y=x+2$
Hora de Lima	$y=23:30h+2h$
	$y=01:30a.m.$

Rpta.: Entonces en Buenos Aires será la 1:30 a.m.



Importante

El programa Excel es muy útil, pues integra tres ambientes propios de la actividad matemática, que permiten:

- 1) La posibilidad de inscribir numerosos datos y relacionarlos con funciones, fórmulas y operadores, por medio de una hoja de cálculo.
- 2) La posibilidad de organizar los datos de forma sistemática en filas y columnas.
- 3) La posibilidad de graficar la información proporcionada por la base de datos.

En los nuevos textos de matemática, puede encontrar actividades en Excel. Por ejemplo: en el libro de primer grado de Secundaria, pág. 153.

D. RECONOCIENDO ALGUNAS TAREAS PARA DESARROLLAR LA CAPACIDAD DE USO DE EXPRESIONES SIMBÓLICAS, TÉCNICAS Y FORMALES

En este grupo de tareas se puede reconocer cómo se promueve la articulación de procedimientos y objetos matemáticos de acuerdo con la función lineal.

Luis tiene tres hermanos: Rocío, Juan y Fernanda. Completen la siguiente tabla con las edades de los hermanos de Luis.

Edad de Luis (años)	Edad de Rocío (años)	Edad de Juan (años)	Edad de Fernanda (años)
6	10	8	1
7	11	9	2
8	12	10	3
10	14	12	5
12	16	14	7
13	17	15	8
14	18	16	9
20	24	22	15
25	29	27	20

Cada integrante del equipo debe escoger a uno de los hermanos de Luis y escribir en su cuaderno una expresión algebraica para calcular la edad del hermano que escogió a partir de la edad de Luis.

$$L = R - 4$$

$$L = J - 2$$

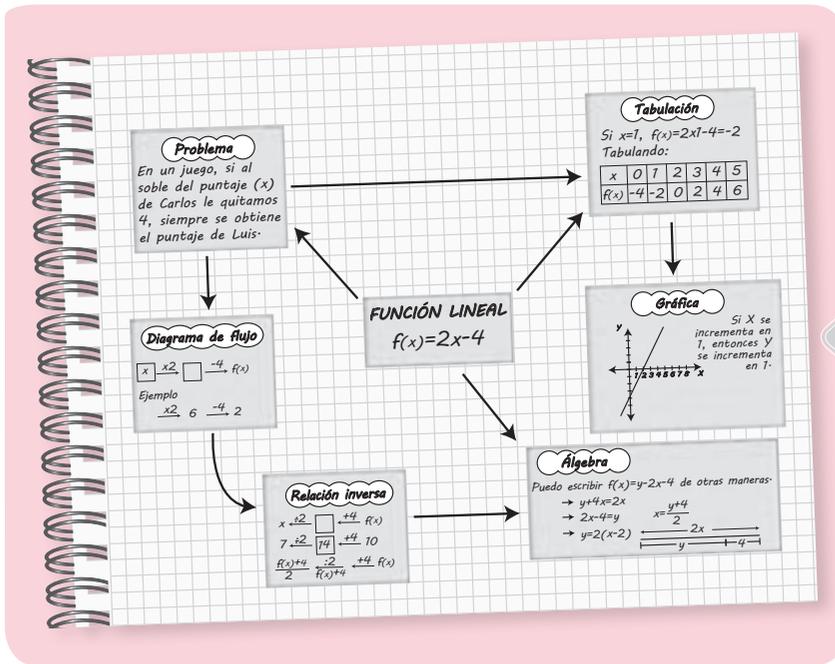
$$L = F + 5$$

En las expresiones que encontraron hay cuatro variables distintas, ¿cuáles son? ¿Cuáles son las constantes en estas relaciones funcionales?

Variable	Constante
L, R, J, F	-4, -2, -5

Es importante promover que el estudiante, a partir de un lenguaje cotidiano, se vaya apropiando poco a poco de un lenguaje gráfico, simbólico y formal.

E. RECONOCIENDO ALGUNAS TAREAS EN TORNO A LA CAPACIDAD DE ARGUMENTACIÓN



Es necesario saber cómo los estudiantes van logrando sus aprendizajes. Un recurso importante para ello son los organizadores visuales, que además son útiles para propiciar la discusión y el diálogo en los grupos de trabajo. Una estrategia que resulta efectiva es publicar las producciones en un espacio visible.

A continuación, mostramos un esquema de organización que orienta al estudiante a ordenar sus ideas y expresar sus formas de razonar.

Expresen las ventajas y desventajas de usar la ecuación $\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$, con respecto a la tabla de valores, la actividad experimental en el papel milimetrado y la expresión algebraica para determinar las cantidades desconocidas. Escriban sus conclusiones.

Ventajas		
Actividad experimental	Tabla de valores	Expresión algebraica
Nos permite demostrar los ejercicios planteados.	Una forma organizada de tener los datos y sus valores.	Nos permite tener una fórmula generalizada del caso en particular.
Desventajas		
Actividad experimental	Tabla de valores	Expresión algebraica
Nos toma mucho tiempo.	Si los datos numéricos son muy extensos, se nos complica más organizarlos.	No en todos los casos se aplica dicha fórmula.
Conclusiones La expresión algebraica nos permite tener una forma de resolver más rápida y práctica, y la actividad experimental nos permite demostrarla.		

F. ACTIVIDADES QUE ORIENTAN EL DESARROLLO DE LA CAPACIDAD DE COMUNICAR

Las capacidades comunicativas atraviesan toda la actividad matemática e implican, naturalmente, la comunicación verbal. A continuación, veremos un ejemplo de comunicación que rescata el rol del docente en el proceso de aprendizaje, así como el papel protagónico del estudiante.

Veamos el diálogo entre un docente y sus estudiantes en el desarrollo de la capacidad comunicativa en la sesión laboratorio: "Lo que significan *sobre y bajo*".

Estudiante 1: Elijamos el buzo que está a 50 metros bajo el mar.

Estudiante 2: ¿Y cómo enviaríamos el mensaje? ¿Cómo indicamos en qué parte está? Sería fácil que el otro grupo sepa qué elegimos si decimos que está a 50 metros bajo el mar.

Profesor: ¡Muy bien, estudiantes!, ahora les planteo: Si no quisiéramos poner "bajo el nivel del mar", ¿qué podríamos hacer?

Estudiante 3: El planteamiento está asociado a la ubicación...

Estudiante 1: Podríamos poner una señal para indicar entonces...

Profesor: ¿En qué son semejantes y en qué se diferencian la ubicación de la gaviota y el buzo?

Estudiante 2: Diría que son semejantes debido a que están a 50 metros.

Estudiante 3: Sí, pero están a 50 metros respecto al nivel del mar.

Profesor: Si son semejantes en 50 metros, ¿cómo están ubicados?

Estudiante 1: Uno está bajo el nivel del mar y el otro está sobre el nivel del mar.

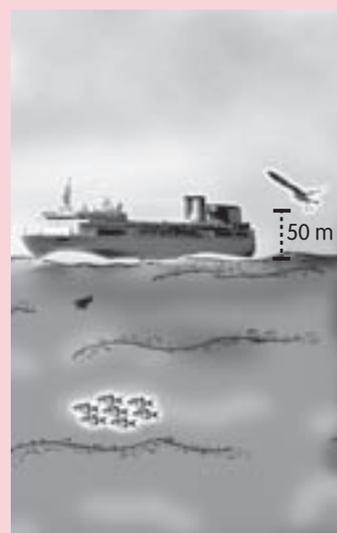
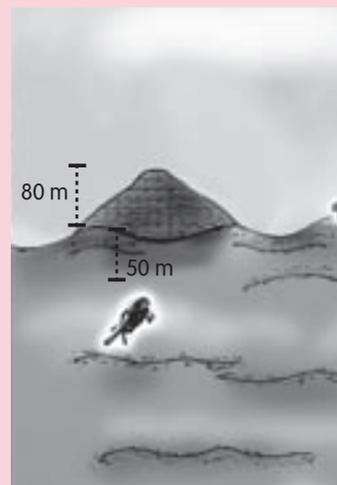
Estudiante 3: Considero que atribuyendo una señal podemos diferenciar a la gaviota y al buzo.

Estudiante 2: ¿Podemos poner el signo negativo para indicar que está bajo el nivel del mar?

Estudiante 1: Entonces 50 metros con signo positivo significaría que están sobre el nivel del mar.

Profesor: Muy bien, y entonces, ¿cómo explicamos la ubicación del barco?

Estudiante 3: El barco está en el nivel del mar...



Bibliografía

- Abdón, I. (2006). *Evaluemos competencias matemáticas*. Bogotá: Editorial Cooperativa Magisterio.
- Antonio da Silva, B., Passoni, J., Magalhaes, J., Souza, M., Bittar M., Thadeu, M. (2010). *Aprendizagem em matemática*. São Paulo: Papirus Editora.
- Araujo, M. (2008). *Matemáticas I*. México D. F.: Coordinación de Informática Educativa del Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa.
- Betancourt, J. (2009). *Pensamiento numérico y algebraico*. México D. F.: Editorial Cengage Learning.
- Castiblanco, A. (1999). *Nuevas tecnologías y currículo de Matemáticas*. Bogotá: Editorial Cooperativa Magisterio.
- D'Ámore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá: Editorial Cooperativa Magisterio.
- Dante, L. (2005). *Tudo é Matemática, serie 6*. São Paulo: Editorial Ática.
- Díaz, L. (1998). *Reflexiones didácticas en torno a Fracciones, Razones y Proporciones*. Santiago de Chile: Editorial Jordán S.A.
- Goñi, J., Goñi, I., Corbalan, F., Llenares, S., Penalva, C., Planas, N., Valls, J., Vanegas, Y. (2011). *Didáctica de la Matemática*. Barcelona: Editorial GRAÓ.
- Goñi, J., Barragués, I., Callejo, M., Fernández, J., Fernández, S., Font, V., Muños, J., Pujol, R., Torregrosa, G. (2011). *Complementos de Formación Disciplinar*. Barcelona: Editorial GRAÓ.
- Growws, D., Cebulla, K. (2000). *A Improving Student Achievement in Mathematics*. Geneva: Educational Practices Series University of Illinois at Chicago.
- Guelli, O. (2007). *Matemática Ensino Fundamental 3.º a 4.º ciclos*. São Paulo: Editorial Ática.
- Instituto Peruano de Evaluación y Acreditación de la Calidad de la Educación Básica. (2012). *Mapas de progreso de Número y operaciones, y Cambio y relaciones*. Lima.
- Isoda, M., Olfos, R. (2009). *El enfoque de Resolución de problemas*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Ministerio de Educación. (2005). Documento N.º 17. Informe pedagógico de resultados: Evaluación Nacional de rendimiento estudiantil 2004. Lima.
- Ministerio de Educación (2012). *Módulos de Resolución de Problemas: Resolvamos 1 y 2*. Lima.
- Ministerio de Educación. (2012). *Matemática 1 y 2*. Lima: Editorial Norma.
- Ricotti, S. (2006). *Juegos y problemas para construir ideas matemáticas*. Buenos Aires: Editorial Novedades Educativas.
- Swan, M. (2005). *Improving learning in mathematics: challenges and strategies*. University of Nottingham, Department for Education and Skills Standards Unit. University of Nottingham: Department for Education and Skills Standards Unit.

Enlaces web - - - - - ●

- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas: El Trabajo de Allan Schoenfeld, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes>.
- Hernández, A., Gallardo, A. (2006). La extensión de los dominios numéricos de los naturales concretos los bloques, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.bachilleratoenred.com.mx/docentes/unam/recursos-docente/geometria-analitica/mt2-3.pdf>
- Hernández, A., Gallardo, A. (2010). La aparición simultánea de los sentidos de uso de los números negativos y el cero en alumnos de secundaria, recuperado el 1 de enero de 2013, http://dialnet.unirioja.es/servlet/dfichero_articulo?codigo=3629350.
- Marshall, A. (2010). Discover strategies to engage young math students in competently using multiple representations, recuperado el 1 de enero de 2013, http://www.nctm.org/eresources/view_media.asp?article_id=9351
- Niss, M. (2011). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/download/672/678>
- Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish kom project, recuperado el 1 de enero de 2013, http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf
- OECD. (2010). PISA 2012, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012draffframeworks-mathematicsproblemsolvingandfinancialliteracy.htm>
- Tall, D. (2008). The Transition to Formal Thinking in Mathematics, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://link.springer.com/article/10.1007%2FBF03217474?LI=true#>

