



PERÚ

Ministerio  
de Educación



# RUTAS DEL APRENDIZAJE

¿Qué y cómo aprenden nuestros  
niños y niñas?

Fascículo

1

Número y Operaciones  
Cambio y Relaciones

III Ciclo

Primer y segundo grado de Educación Primaria

HOY EL PERÚ TIENE UN COMPROMISO: MEJORAR LOS APRENDIZAJES  
TODOS PODEMOS APRENDER, NADIE SE QUEDA ATRÁS  
MOVILIZACIÓN NACIONAL POR LA MEJORA DE LOS APRENDIZAJES

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN**

Av. De la Arqueología, cuadra 2 - San Borja.  
Lima, Perú  
Teléfono: 615-5800  
www.minedu.gob.pe

Version 1.0  
Tiraje: 196 000 ejemplares

Emma Patricia Salas O'Brien  
**Ministra de Educación**

José Martín Vegas Torres  
**Vice Ministro de Gestión Pedagógica**

**Equipo Coordinador de las Rutas del Aprendizaje:**

Ana Patricia Andrade Pacora, Directora General de Educación Básica Regular  
Neky Vanetty Molinero Nano, Directora de Educación Inicial  
Flor Aidee Pablo Medina, Directora de Educación Primaria  
Darío Abelardo Ugarte Pareja, Director de Educación Secundaria

**Asesor General de las Rutas del Aprendizaje:**

Luis Alfredo Guerrero Ortiz

**Equipo pedagógico:**

Antonieta Ramírez de Ferro (asesora)  
Holger Saavedra Salas (asesor)  
Edith Consuelo Bustamante Ocampo  
Giovanna Karito Piscoya Rojas  
Julio Nemesio Balmaceda Jiménez  
Luis Justo Morales Gil  
Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo

**Agradecimientos:**

Agradecemos la colaboración de Sonia Ireni Laquita Sandoval, José Edgar Zamora Zamora, Betty Serrano Vega, Roxana Días Malpartida, Martina Wong Ancieta, Marlene Valdez Damián, por haber participado en la revisión de este documento.

**Corrección de estilo:** Jorge Alberto Rivera Rojas

**Diagramación e ilustraciones:** María Susana Philippon Chang, Gloria Teresa Arredondo Castillo

**Equipo editor:** Juan Enrique Corvera Ormeño, Carmen Rosa León Escurra, Luis Fernando Ortiz Zevallos.

**Impreso por:**

Corporación Gráfica Navarrete S.A.  
Carretera Central 759 Km 2 - Santa Anita - Lima 43.  
RUC 20347258611

**Distribuido gratuitamente por el Ministerio de Educación. Prohibida su venta.**

**Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: N° 2013-01774**

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

# Índice

<b>Introducción</b> .....	5
<b>I. ¿Qué entendemos por enseñar y aprender Matemática?</b> .....	7
<b>II. ¿Qué aprenden nuestros niños con número y operaciones, cambio y relaciones?</b> .....	15
2.1 Competencias, capacidades, estándares e indicadores, en el dominio de Número y Operaciones. ....	15
2.2 Competencias, capacidades, estándares e indicadores en el dominio de Cambio y Relaciones. ....	18
<b>III. ¿Cómo facilitamos estos aprendizajes?</b> .....	21
3.1 Escenarios para el desarrollo de la competencia matemática .....	21
3.2 La resolución de problemas y el desarrollo de capacidades.....	22
3.3 ¿Qué es una situación problemática?.....	22
3.4 ¿Cómo ayudar a los niños para que resuelvan problemas? .....	23
3.5 ¿Cómo podemos acompañar a los estudiantes, para que aprendan a resolver problemas matemáticos?.....	27
3.6 Articulamos la progresión del conocimiento matemático en el III ciclo.....	32
3.7 ¿Cuáles son los rangos numéricos en los números naturales propuestos para Inicial (5 años), primer y segundo grado? .....	43
3.8 Reconociendo herramientas y condiciones didácticas para el desarrollo de las capacidades matemáticas .....	45
3.9 Promoción de las actividades o tareas matemáticas. ....	53
3.10 Ejemplos de secuencias didácticas de aprendizaje.....	54
<b>IV. Y ahora, ¿cómo evaluamos lo que aprenden nuestros estudiantes?</b> .....	109
<b>Bibliografía</b> .....	117

**Estimada (o) docente:**

Queremos saludarte y reiterar el aprecio que tenemos por tu labor. Es por ello que en el Ministerio de Educación estamos haciendo esfuerzos para comenzar a mejorar tus condiciones laborales y de ejercicio profesional. Esta publicación es una muestra de ello.

Te presentamos las «Rutas del Aprendizaje», un material que proporciona orientaciones para apoyar tu trabajo pedagógico en el aula. Esperamos que sean útiles para que puedas seguir desarrollando tu creatividad pedagógica. Somos conscientes que tú eres uno de los principales actores para que todos los estudiantes puedan aprender y que nuestra responsabilidad es respaldarte en esa importante misión.

Esta es una primera versión, a través del estudio y uso que hagas de ellas, así como de tus aportes y sugerencias, podremos mejorarlas para contribuir cada vez mejor en tu trabajo pedagógico. Te animamos entonces a caminar por las rutas del aprendizaje. Nosotros ponemos a tu disposición la Web de Perú Educa para que nos envíes tus comentarios, aportes y creaciones; nos comprometemos a reconocer tus aportes, realizar seguimiento y sistematizarlos. A partir de ello, mejorar el apoyo del Ministerio de Educación a la labor de los maestros y maestras del Perú.

Sabemos de tu compromiso para hacer posible que cambiemos la educación y cambiemos todos en el país. Tú eres parte del equipo de la transformación, junto al director y con los padres y madres de familia, eres parte de la gran Movilización Nacional por la Mejora de los Aprendizajes.

Te invitamos a ser protagonista en este movimiento ciudadano y a compartir el compromiso de lograr que todos los niños, niñas y adolescentes puedan aprender y nadie se quede atrás.

**Patricia Salas O'Brien**  
**Ministra de Educación**

# Introducción

El proyecto Educativo Nacional establece en su segundo objetivo estratégico, la necesidad de transformar las instituciones de educación básica de manera tal que asegure una educación pertinente y de calidad, en la que todos los niños, niñas y adolescentes puedan realizar sus potencialidades como persona y aportar al desarrollo social. Es en este marco que el Ministerio de Educación tiene como una de sus políticas priorizadas el asegurar que: todas y todos logren aprendizajes de calidad con énfasis en comunicación, matemáticas, ciudadanía, ciencia, tecnología y productividad.

En el ámbito de la matemática, nos enfrentamos al reto de desarrollar las competencias y capacidades matemáticas en su relación con la vida cotidiana. Es decir, como un medio para comprender, analizar, describir, interpretar, explicar, tomar decisiones y dar respuesta a situaciones concretas, haciendo uso de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas.

Reconociendo este desafío se ha trabajado el presente fascículo, el cual llega hoy a tus manos como parte de las rutas de aprendizaje, y busca ser una herramienta para que nuestros estudiantes puedan aprender. En éste se formulan seis capacidades matemáticas que permiten hacer más visible el desarrollo de la competencia matemática y trabajarla de forma integral. Se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas desde el cual, a partir de una situación problemática, se desarrollan las seis capacidades matemáticas en forma simultánea configurando el desarrollo de la competencia.

En este fascículo encontrarás:

- Algunas creencias que aún tenemos los docentes en nuestras prácticas educativas y que, con espíritu innovador, tenemos que corregir.
- Los estándares de aprendizaje que los estudiantes deben lograr al término del ciclo III de la educación básica en dos dominios: Número y Operaciones y Cambio y Relaciones.
- Las competencias, capacidades e indicadores que permitirán alcanzar esos estándares de aprendizaje, con mayor énfasis en el primer dominio.
- Orientaciones respecto de cómo facilitar el desarrollo de las competencias y capacidades matemáticas vinculadas a los dominios de Número y Operaciones y Cambio y Relaciones.

Esperamos que este fascículo contribuya en tu labor cotidiana y estaremos muy atentos a tus aportes y sugerencias para ir mejorándolo en las próximas re-ediciones, de manera que sea lo más pertinente y útil para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.



# I. ¿Qué entendemos por enseñar y aprender Matemática?

La manera como los docentes entendemos la matemática y como suponemos que nuestros estudiantes aprenderán mejor, basados en nuestra experiencia y formación previa, influyen no sólo en nuestra forma de enseñar, sino también en la forma de enfrentar una situación problemática que exhibirán los estudiantes. Influyen incluso en los procedimientos que se usarán o se evitarán, en el tiempo y la intensidad del trabajo que realizarán.

Cada aula es un escenario en el que interactúan diversos factores: los docentes que se relacionan con los estudiantes y estos con sus pares, los propósitos, los métodos, las actividades, los materiales, la evaluación y el contexto de la actividad propuesta.

La profesora Josefina, por ejemplo, tiene sus ideas sobre la matemática y cómo debe enseñar la resolución de problemas aditivos, un proceso que involucra las nociones de juntar-separar, agregar-quitar y comparar. Ella hace uso de material concreto y actividades vivenciales para promover los aprendizajes esperados.

## ¿Los algoritmos son prerequisites para resolver problemas?

Observemos cómo Josefina, docente de primer grado, desarrolla su sesión de aprendizaje en base a la resolución de problemas aditivos.

### Primera parte:

Hum... mañana mis niños deben resolver problemas con sumas y restas.



Entonces, primero debo enseñar a sumar y restar en el tablero.

Recuerdo que en el Cuaderno de Trabajo con Orientaciones para el Docente, dice que se parte de un problema. ¡Voy a revisarlo!



¡Sí! Dice que inicie la sesión a partir de una situación... Me parece difícil. ...Bueno trataré de hacerlo.

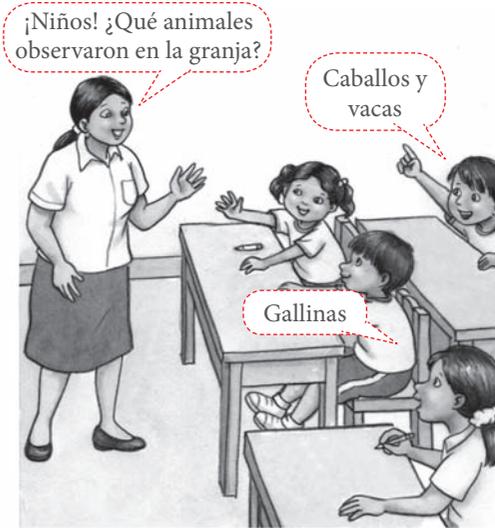


¿Cuál es la concepción que tiene Josefina sobre la resolución de problemas?

¿Josefina cambiará sus ideas respecto a los algoritmos con la información que le brinda el Cuaderno de Trabajo con Orientaciones para el Docente? ¿Por qué?

## Segunda parte:

Al retorno de una visita a la granja, Josefina...



## Reflexiones:

### ¿Qué dificultades nos muestra Josefina en la primera parte?

Josefina, muestra una de las ideas que tenemos muchos docentes: **que los estudiantes antes de resolver problemas deben dominar los algoritmos (procedimientos conocidos y mecanizados)**. Por este motivo muchas veces nuestras sesiones de matemática se centran en ejercitar un determinado algoritmo. Además, se hace de manera mecánica, alejada de la realidad y usando sólo la pizarra, el lápiz y el papel.

### ¿Cuáles son los aspectos positivos en la manera de actuar de Josefina?

- Josefina revisa su programación y al encontrarse frente a una duda busca una alternativa de solución. En este caso, consulta el Cuaderno de Trabajo con Orientaciones para el Docente, material que tiene a su alcance.
- A pesar de tener dudas, Josefina decide experimentar una nueva forma de conducir la sesión de clase. Ella elige la resolución de problemas y la construcción de nociones a partir de una situación cotidiana.
- La docente hace uso de material concreto y de gráficos como recursos de apoyo para la búsqueda de diversas estrategias en la resolución de problemas.
- Josefina logra que sus estudiantes participen activamente en el desarrollo de la actividad y que de manera natural encuentren diversos caminos para hallar la respuesta. Para eso utiliza las nociones de adición, sustracción y correspondencia uno a uno.

**Estos resultados demuestran que los algoritmos no son prerequisites para resolver problemas.**

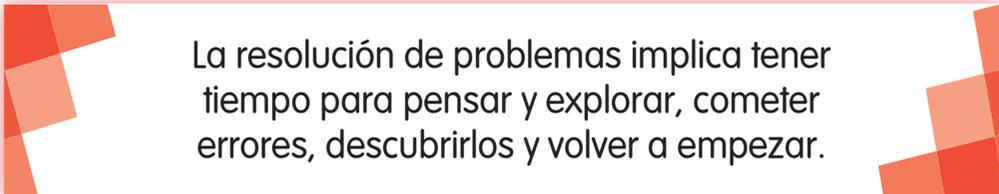
## ¿Por qué un algoritmo no es prerequisite para resolver problemas?

La actividad de resolver problemas es fundamental si queremos conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas, es más que la aplicación de un algoritmo, puesto que para resolver un problema, el estudiante requiere movilizar muchas capacidades y transitar por un camino que implica de un análisis cuidadoso que implica: comprender el problema, diseñar o adaptar una estrategia de solución, poner en práctica la estrategia planificada y reflexionar sobre el proceso de resolución del problema.

Para resolver problemas, lo fundamental es comprender la situación, determinar la incógnita o qué es lo que se pide conocer. Esto ayuda a discriminar la información más importante de la que no lo es. Quienes no hayan comprendido con claridad el problema, tendrán dificultades para proponer una estrategia de solución, lo que afectará todo el proceso resolutivo.

Cuando los procedimientos que se deben aplicar para resolver un problema no son rutinarios, los estudiantes pueden descubrir nuevas y diferentes estrategias de resolución, nuevas relaciones entre las nociones matemáticas que intervienen y reflexionan sobre el sentido y alcance de las propiedades. Por ejemplo, en el problema planteado, el estudiante necesita usar material concreto o dibujos para desarrollar una estrategia adecuada.

Sin embargo, para resolver un problema no basta que los estudiantes tengan la capacidad para comprenderlo y conozcan estrategias para resolverlo. Requieren además, una motivación para realizar el esfuerzo, que proceda de una actividad que les genere interés, autoconfianza y perseverancia. Así, la resolución de problemas implica retos tanto para el maestro como para el estudiante.



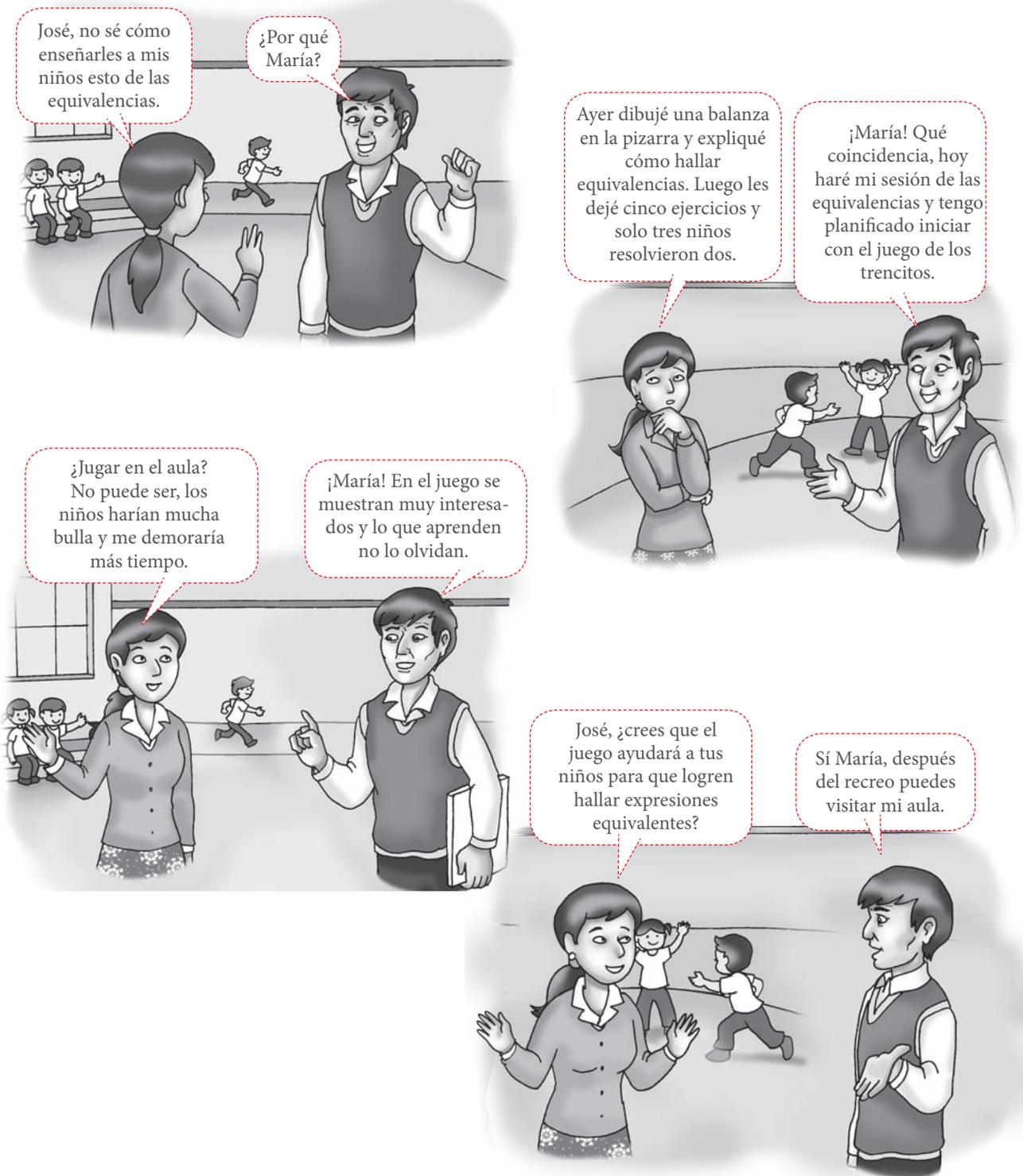
La resolución de problemas implica tener tiempo para pensar y explorar, cometer errores, descubrirlos y volver a empezar.

En la primera parte de este fascículo mencionamos que la forma en que concebimos la matemática y el proceso de su enseñanza y aprendizaje, influyen en el aprendizaje de los estudiantes y vimos el caso de Josefina. Ahora veremos el caso de José y María.

## ¿Podrá el juego ayudar a construir las nociones de equivalencia?

Veamos lo que sucede con los docentes de segundo grado de la I.E "Virgen Milagrosa" cuando trabajan las nociones de equivalencia entre dos expresiones aditivas:

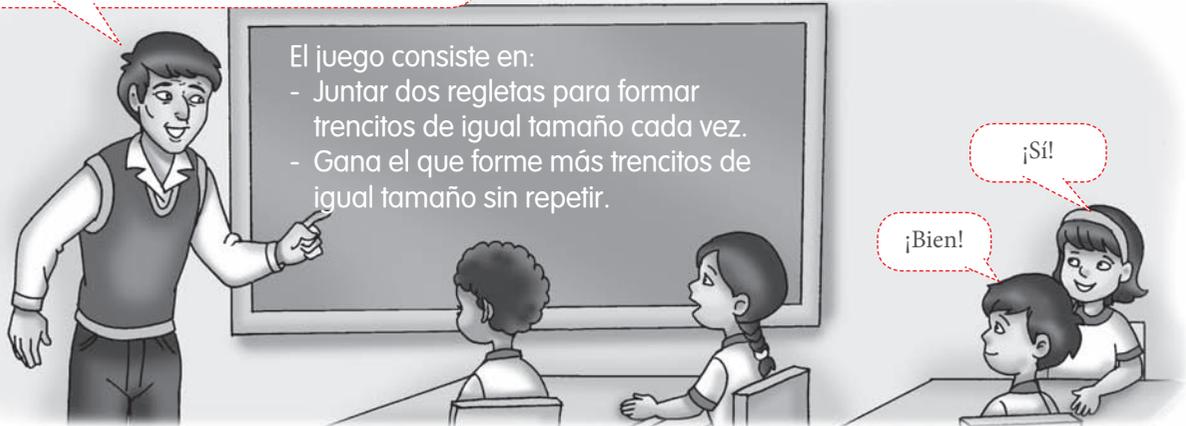
### Primera parte:



## Segunda parte:

Y después del recreo...

Niños, hoy nos toca jugar en parejas formando trencitos con las regletas. La profesora María nos acompañará. El juego...

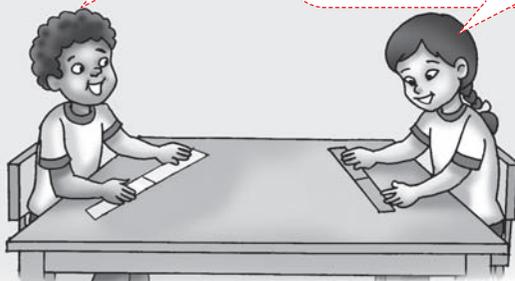


¡Bien! Ya tienen su material. Ahora iniciemos el juego.



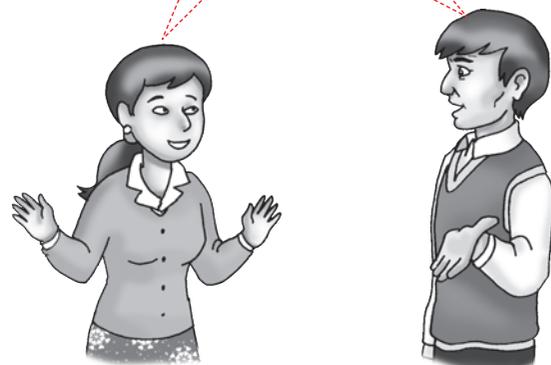
Melisa, ¿te diste cuenta que  $5 + 3$  es igual a  $4 + 4$ ?

Sí Fermín. Es que  $5 + 3$  es 8 y  $4 + 4$  también es 8. Ahora formemos otros.



Gracias José. Ya sé, yo les haré jugar a la tiendita con la balanza.

¡Claro María! Te vas a sorprender de lo que descubren los niños a través del juego.



### ¿Cuáles son las dificultades que enfrenta la docente en esta historieta?

- En la primera parte vemos que la docente María está preocupada porque sus estudiantes no logran aprender lo que había planificado. Inició su sesión con una situación alejada de la realidad y de los intereses de los estudiantes, se aprecia que no tuvieron la oportunidad de vivenciar ni manipular el material concreto, y considera que una metodología activa, como el juego, genera desorden y pérdida de tiempo en el aula.

### ¿Cuáles son los aspectos positivos a rescatar de esta situación?

- Asumir la creatividad como un impulsor de la mejora de nuestro quehacer docente, lo que ayuda a incorporar nuevas maneras de enseñar, en este caso, utiliza el juego como metodología para generar aprendizajes con calidad y calidez humana.
- Ser un docente reflexivo desde la propia práctica, exige apertura, flexibilidad mental y emocional, "dejarse ayudar". Estas actitudes contribuyen a emprender procesos continuos de mejora con compromiso ético docente, en la direccionalidad a brindar una formación educativa integral y de calidad.
- Desterrar del imaginario de los estudiantes que la matemática es "difícil" de aprender, conlleva considerar el juego como una herramienta didáctica que permite aprender con gusto, "querer lo que uno hace", con espíritu lúdico, sin dejar de ser por ello crítico, autocrítico y responsable en la consecución de los objetivos.
- Considerar el juego como una manera natural de aprender, lo que fortalece la constancia, el respeto, el autogobierno, la cooperación, el compañerismo, la audacia, entre otros valores y actitudes que hacen de la formación matemática un asunto más humano e integral.

## ¿Por qué es importante considerar al juego como estrategia para la enseñanza y aprendizaje de la matemática?

El juego es un recurso pedagógico valioso para una enseñanza y aprendizaje de la matemática con sentido vivencial, donde la alegría y el aprendizaje, la razón y la emoción se complementan.

Seleccionar el juego apropiado para los distintos momentos y objetivos de la enseñanza de la matemática es un criterio que se debe tener en cuenta. Un juego bien elegido contribuye a que la resolución de problemas sea un desafío divertido y exitoso.

El juego, entre otras cosas permite:

- Motivar al estudiante, toda vez que las situaciones matemáticas las percibe como atractivas y recreativas.
- Desarrollar habilidades y destrezas en forma divertida, donde el estudiante encuentra sentido y utilidad a lo que aprende.
- Provocar en el estudiante la búsqueda de estrategias, movilizar su imaginación y desarrollar su creatividad.
- Desechar la práctica de ejercicios matemáticos mecánicos y descontextualizados.
- Desarrollar nociones matemáticas con comprensión, que permitan utilizar la matemática en la resolución de problemas.
- Ser respetuoso con los estilos y ritmos de aprendizaje de los estudiantes, con sus habilidades de partida, reconocer la diversidad humana y cultural en el aula.
- Construir un clima de aula adecuado, que se caracterice por interrelaciones basadas en la solidaridad, el trabajo compartido, superando toda práctica educativa que fomente el individualismo y el egoísmo cognitivo.
- Favorecer el diálogo intercultural, la escucha activa, la tolerancia y la comprensión de las diferencias.
- Descubrir y aprender el mundo en el cual se vive de manera natural, desde el movimiento, el color, el sonido, donde matematizar la realidad se hace jugando.

"Posiblemente ninguna otra estrategia acercará a una persona más a lo que constituye un quehacer interno de la Matemática como un juego bien escogido"

Miguel de Guzmán

## II. ¿Qué aprenden nuestros niños con número y operaciones, cambio y relaciones?

El fin de la educación es lograr que los estudiantes desarrollen sus competencias. Las competencias son definidas como un saber actuar en un contexto particular en función de un objetivo y/o solución a un problema. Este saber actuar debe ser pertinente a las características de la situación y a la finalidad de nuestra acción. Para tal fin, se selecciona o se pone en acción las diversas capacidades y recursos del entorno. En este fascículo se trabajan dos competencias matemáticas, referidas a los dominios de: Número y Operaciones y Cambio y Relaciones.

### 2.1 Competencias, capacidades, estándares e indicadores, en el dominio de Número y Operaciones



Al término del III ciclo se espera que los estudiantes logren alcanzar el siguiente estándar de aprendizaje en el dominio de Número y Operaciones:

Cuenta, compara, establece equivalencias entre diez unidades con una decena y viceversa y entre números naturales hasta 100. Agrupa objetos que tienen características comunes, y al interior los organiza reconociendo subclases, sin dejar objetos fuera de las colecciones formadas. Explica los criterios que usó para clasificar, interpreta y ejecuta consignas con las expresiones "todos, algunos, ninguno". Estima, compara y mide la masa de objetos empleando unidades no convencionales y el tiempo empleando unidades convencionales como días o semanas. Resuelve, modela y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de separar, agregar, quitar, igualar o comparar dos cantidades<sup>1</sup>, usa distintas estrategias de solución y explica cómo llegó a la respuesta y si esta guarda relación con la situación planteada. Se aproxima a la noción de multiplicación mediante adiciones repetidas y a la noción de mitad como reparto en dos grupos iguales (Mapa de Progreso de Matemática: Número y Operaciones).

(1) Según clasificación de los PAEV: Cambio 3 y 4, Combinación 2 y Comparación e Igualación 1 y 2.

A continuación, te presentamos el cartel de capacidades e indicadores desde el nivel Inicial 5 años hasta el segundo grado de primaria referido al dominio de Número y Operaciones. Esto orientará tu trabajo pedagógico hacia el logro del estándar de aprendizaje que tendrás que asegurar al término del III ciclo.

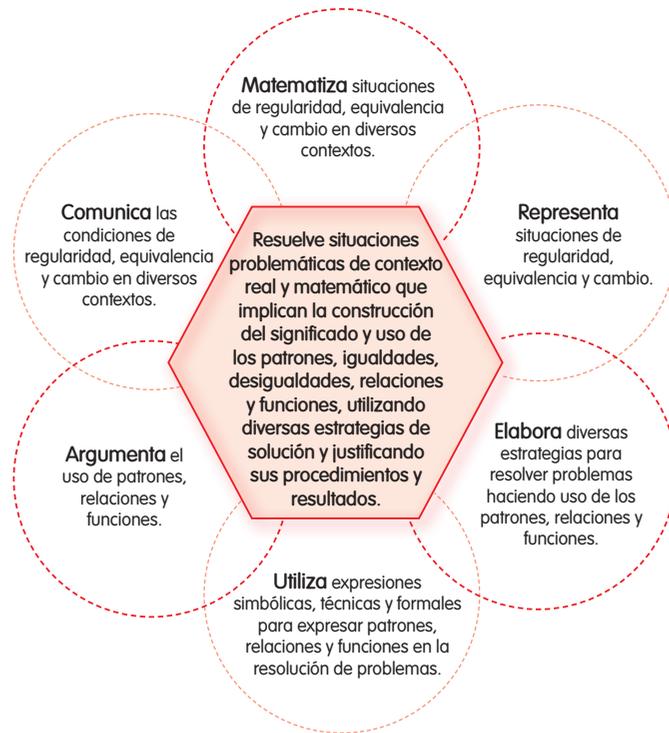
CAPACIDADES E INDICADORES			
Capacidades	5 años	Primer grado	Segundo grado
<p>Matematiza situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.</p> <p>Representa situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.</p> <p>Comunica situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.</p> <p>Elabora diversas estrategias haciendo uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.</p> <p>Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales de los números y las operaciones en la resolución de problemas.</p> <p>Argumenta el uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.</p>	<p>Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas referidas a agrupar, ordenar y contar.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explora situaciones cotidianas referidas a agrupar una colección de objetos de acuerdo a un criterio perceptual<sup>2</sup>.</li> <li>Expresa con material concreto, dibujos o gráficos, la agrupación de una colección de objetos de acuerdo a un criterio perceptual.</li> <li>Dice con sus palabras los criterios de agrupación de una o más colecciones de objetos usando los cuantificadores muchos, pocos, ninguno, más que, menos que.</li> <li>Explora situaciones cotidianas referidas a ordenar una colección de hasta 3 objetos de grande a pequeño, de largo a corto, de grueso a delgado.</li> <li>Construye usando material concreto o gráfico, una colección ordenada de hasta 3 objetos según su propio criterio.</li> <li>Explora situaciones cotidianas que implican el uso de los números ordinales en relación a la posición de objetos o personas, considerando un referente hasta el quinto lugar.</li> <li>Dice los números ordinales para expresar la posición de objetos o personas, considerando un referente hasta el quinto lugar.</li> <li>Explora el uso de los números naturales hasta 10 para contar, en situaciones cotidianas.</li> <li>Expresa con objetos o dibujos una colección de hasta 10 objetos en situaciones cotidianas.</li> <li>Describe una secuencia de actividades cotidianas de hasta tres sucesos utilizando referentes temporales: antes, durante, después.</li> </ul>	<p>Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas referidas a agrupar, ordenar, contar y medir.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe situaciones cotidianas que impliquen clasificar una colección de objetos de acuerdo a un criterio perceptual<sup>1</sup>.</li> <li>Expresa con material concreto, dibujos o gráficos (diagramas de Venn y tablas simples de doble entrada), la clasificación de una colección de objetos de acuerdo a un criterio perceptual.</li> <li>Explica los criterios de clasificación de una o más colecciones de objetos, usando los cuantificadores: todos, algunos, ninguno.</li> <li>Formula y describe situaciones cotidianas que impliquen ordenar una colección de hasta 10 objetos según el tamaño, longitud, grosor, valor numérico y otros.</li> <li>Construye usando material concreto o gráfico, una colección ordenada con criterio perceptual de hasta 10 objetos según su propio criterio.</li> <li>Explora situaciones cotidianas que impliquen el uso de los números ordinales en relación a la posición de objetos o personas, considerando un referente hasta el décimo lugar.</li> <li>Usa los números ordinales para expresar la posición de objetos o personas, considerando un referente hasta el décimo lugar.</li> <li>Explora el uso de los números naturales hasta 20 para contar, medir, ordenar, comparar, leer y escribir a partir de situaciones cotidianas.</li> <li>Expresa con material concreto, dibujos o símbolos los números naturales hasta 20, a partir de situaciones cotidianas.</li> <li>Explica la relación mayor que, menor que o igual que, para expresar la comparación de números naturales hasta 20 a partir de situaciones cotidianas.</li> <li>Utiliza descomposiciones aditivas y el tablero de valor posicional para expresar los números naturales hasta 100.</li> <li>Utiliza los signos <math>&gt;</math>, <math>&lt;</math> o <math>=</math> para expresar los resultados de la comparación de números naturales hasta 100 a partir de situaciones cotidianas.</li> <li>Estima la masa de objetos (mayor o menor cantidad de masa) y el paso del tiempo (días y semanas) utilizando su propio cuerpo e instrumentos de medición, a partir de situaciones cotidianas.</li> <li>Describe una secuencia de actividades cotidianas usando referentes temporales: día, semana, mes.</li> </ul>	

Capacidades	5 años	Primer grado	Segundo grado
<p>Matematiza situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.</p> <p>Representa situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.</p> <p>Comunica situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.</p> <p>Elabora diversas estrategias haciendo uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.</p> <p>Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formas de los números y las operaciones en la resolución de problemas.</p> <p>Argumenta el uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.</p>	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones en situaciones referidas a agregar-quitar<sup>4</sup> y juntar<sup>5</sup>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explora en situaciones cotidianas las acciones de juntar, agregar-quitar, hasta 5 objetos.</li> <li>Dice con sus palabras lo que comprende al escuchar el enunciado de problemas cotidianos referidos a agregar-quitar y juntar hasta 5 objetos, presentados en forma verbal y concreta.</li> <li>Usa estrategias de conteo (conteo de uno en uno y agrupando) para resolver problemas de contexto cotidiano que implican acciones de agregar-quitar y juntar con resultados hasta 5 objetos.</li> <li>Menciona los procedimientos usados al resolver problemas de contexto cotidiano que implican las acciones de agregar-quitar y juntar hasta 5 objetos, con apoyo de material concreto.</li> </ul>	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones en situaciones referidas a agregar-quitar, juntar, avanzar-retroceder.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe en situaciones cotidianas las acciones de juntar, agregar-quitar, avanzar-retroceder de números naturales hasta 20.</li> <li>Formula el enunciado de problemas cotidianos que implican acciones de juntar, avanzar-retroceder, doble y triple, con cantidades hasta 20, con apoyo de material concreto o gráfico.</li> <li>Dice con sus palabras lo que comprende al escuchar o leer enunciados de problemas cotidianos con resultados hasta 20, presentados en diferentes formatos (gráficos y cuadros, y en forma escrita y verbal).</li> <li>Utiliza diversas estrategias de conteo, cálculo escrito, mental y de estimación para resolver problemas de combinación 1 y doble con resultados hasta 20.</li> <li>Expresa con material concreto, gráfico y simbólico problemas de contexto cotidiano (cambio 1,2; combinación 1 y doble) con números naturales hasta 20.</li> <li>Comprueba y explica los procedimientos usados al resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 1,2; combinación 1 y doble) con números naturales hasta 20, con apoyo de material concreto o gráfico.</li> </ul>	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones en situaciones referidas a agregar-quitar<sup>6</sup>, juntar-separar<sup>7</sup>, comparar e igualar<sup>8</sup>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe en situaciones cotidianas las acciones de juntar-separar, agregar-quitar, avanzar-retroceder de números naturales hasta 100.</li> <li>Formula el enunciado de problemas cotidianos que implican acciones de juntar-separar, agregar-quitar, avanzar-retroceder, doble, mitad y triple, con cantidades hasta 100, con soporte de material concreto y gráfico.</li> <li>Dice con sus palabras lo que comprende al leer y escuchar enunciados de problemas cotidianos con resultados hasta 100, presentados en diferentes formatos (gráficos, cuadros, esquemas, y en forma escrita y verbal).</li> <li>Utiliza diversas estrategias de conteo, cálculo escrito, mental y de estimación para resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con resultados hasta 100.</li> <li>Expresa con material concreto, gráfico y simbólico problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con números naturales hasta 100.</li> <li>Comprueba y explica los procedimientos usados al resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con números naturales hasta 100, con apoyo de material concreto o gráfico.</li> </ul>

La lectura de los indicadores debe hacerse como un todo integrado e interrelacionado que aporta de manera conjunta en el logro de las seis capacidades matemáticas. Es decir no se deben leer de manera separada, ni hacer correspondencias unilaterales con las capacidades. Un indicador se relaciona con más de una capacidad.

(2) Criterio perceptual: color, forma y tamaño  
(3) Criterio perceptual: color, tamaño, forma, grosor, etc.  
(4) Según clasificación de los PAEV: Cambio 1 y 2  
(5) Combinación 1  
(6) Cambio 3 y 4  
(7) Combinación 1 y 2  
(8) Comparación e igualación 1 y 2

## 2.2 Competencias, capacidades, estándares e indicadores en el dominio de Cambio y Relaciones



Al término del III ciclo se espera que los estudiantes logren alcanzar el siguiente estándar de aprendizaje en el dominio de Cambio y Relaciones:

Identifica patrones aditivos con números naturales de hasta dos cifras y patrones de repetición con dos criterios perceptuales, completa y crea sucesiones gráficas y numéricas y explica si un término pertenece o no pertenece a una sucesión. Interpreta la igualdad entre dos expresiones equivalentes con adiciones y sustracciones hasta 20 usando material concreto; explica que la equivalencia entre dos expresiones se mantiene si se agrega o quita una misma cantidad a ambas partes de la igualdad. Determina el valor desconocido en una igualdad que involucra adiciones y sustracciones, y explica su procedimiento. Establece, describe y representa gráficamente relaciones entre objetos de dos colecciones (Mapa de Progreso de Matemática: Cambio y Relaciones).



## CAPACIDADES E INDICADORES

Capacidades	5 años	Primer grado	Segundo grado
<p>Matematiza situaciones que involucran regularidades, equivalencias y cambio en diversos contextos.</p> <p>Representa situaciones que involucran regularidades, equivalencias y cambio en diversos contextos.</p> <p>Comunica situaciones que involucran regularidades, equivalencias y cambio en diversos contextos.</p> <p>Elabora diversas estrategias haciendo uso de los patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p> <p>Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales de los patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p> <p>Argumenta el uso de los patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p>	<p>Construcción del significado y uso de la igualdad en situaciones problemáticas de expresiones aditivas equivalentes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Experimenta y describe situaciones cotidianas en las que se agrega o quita objetos para establecer la equivalencia entre dos colecciones de hasta 10 objetos.</li> <li>Expresa en forma concreta y gráfica una igualdad entre expresiones aditivas de dos términos con números hasta 10.</li> <li>Describe el procedimiento para establecer la equivalencia entre dos expresiones aditivas que tengan dos términos, con números hasta 10.</li> <li>Usa diversas estrategias (ensayo y error, diagramas, realiza simulaciones, etc.) para encontrar el término desconocido en una de las dos expresiones aditivas equivalentes con resultados hasta 10.</li> <li>Explica por qué son equivalentes las diferentes descomposiciones aditivas de un número de hasta 10.</li> </ul>	<p>Construcción del significado y uso de la igualdad en situaciones problemáticas de expresiones aditivas equivalentes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Experimenta y describe situaciones cotidianas en las que se agrega o quita objetos para establecer la equivalencia entre dos colecciones de hasta 20 objetos.</li> <li>Expresa en forma concreta, gráfica y simbólica una igualdad entre expresiones aditivas de dos términos con números hasta 20.</li> <li>Describe el procedimiento para establecer la equivalencia entre dos expresiones aditivas que tengan dos términos, con números hasta 20.</li> <li>Usa diversas estrategias heurísticas (ensayo y error, diagramas, realiza simulaciones, etc.), de cálculo y estimación, para encontrar el término desconocido en una de las dos expresiones aditivas equivalentes con resultados hasta 20.</li> <li>Explica que la equivalencia entre dos expresiones aditivas se mantiene, si se agrega o quita una misma cantidad a los dos términos de una igualdad con soporte concreto y gráfico.</li> <li>Plantea el enunciado de problemas que implican encontrar un término desconocido para establecer la equivalencia de dos expresiones aditivas con resultados hasta 20.</li> </ul>	<p>Construcción del significado y uso de la igualdad en situaciones problemáticas de expresiones aditivas equivalentes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Experimenta y describe situaciones cotidianas en las que se agrega o quita objetos para establecer la equivalencia entre dos colecciones de hasta 20 objetos.</li> <li>Expresa en forma concreta, gráfica y simbólica una igualdad entre expresiones aditivas de dos términos con números hasta 20.</li> <li>Describe el procedimiento para establecer la equivalencia entre dos expresiones aditivas que tengan dos términos, con números hasta 20.</li> <li>Usa diversas estrategias heurísticas (ensayo y error, diagramas, realiza simulaciones, etc.), de cálculo y estimación, para encontrar el término desconocido en una de las dos expresiones aditivas equivalentes con resultados hasta 20.</li> <li>Explica que la equivalencia entre dos expresiones aditivas se mantiene, si se agrega o quita una misma cantidad a los dos términos de una igualdad con soporte concreto y gráfico.</li> <li>Plantea el enunciado de problemas que implican encontrar un término desconocido para establecer la equivalencia de dos expresiones aditivas con resultados hasta 20.</li> </ul>
<p>Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales de los patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p> <p>Argumenta el uso de los patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p>	<p>Construcción del significado de diversos tipos de relaciones lógicas, espaciales, numéricas y relaciones de cambio en situaciones cotidianas reales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Experimenta y describe la variación entre dos magnitudes en situaciones reales cercanas a su entorno (variación de la temperatura, asistencia a la escuela y el crecimiento de una planta).</li> <li>Explora y describe relaciones de parentesco, utilidad, espaciales, de comparación y pertenencia entre objetos de dos colecciones a partir en situaciones de su contexto cultural, natural, etc.</li> <li>Usa cuadros de doble entrada y diagrama de flechas para señalar relaciones entre objetos de dos colecciones.</li> </ul>	<p>Construcción del significado de diversos tipos de relaciones lógicas, espaciales, numéricas y relaciones de cambio en situaciones cotidianas reales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Experimenta y describe la variación entre dos magnitudes en situaciones reales cercanas a su entorno (variación de la temperatura, asistencia a la escuela, el crecimiento de una planta, estatura, etc.)</li> <li>Registra y explica las razones del cambio entre dos magnitudes (longitud-tiempo, tiempo-temperatura, cantidad de asistentes-días, etc.)</li> <li>Usa cuadros de doble entrada, diagrama de flechas y de árbol, para señalar relaciones entre conjunto de objetos</li> <li>Describe la relación existente entre dos números de dos conjuntos numéricos.</li> </ul>	<p>Construcción del significado de diversos tipos de relaciones lógicas, espaciales, numéricas y relaciones de cambio en situaciones cotidianas reales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Experimenta y describe la variación entre dos magnitudes en situaciones reales cercanas a su entorno (variación de la temperatura, asistencia a la escuela, el crecimiento de una planta, estatura, etc.)</li> <li>Registra y explica las razones del cambio entre dos magnitudes (longitud-tiempo, tiempo-temperatura, cantidad de asistentes-días, etc.)</li> <li>Usa cuadros de doble entrada, diagrama de flechas y de árbol, para señalar relaciones entre conjunto de objetos</li> <li>Describe la relación existente entre dos números de dos conjuntos numéricos.</li> </ul>

La lectura de los indicadores debe hacerse como un todo integrado e interrelacionado que aporta de manera conjunta en el logro de las seis capacidades matemáticas. Es decir no se deben leer de manera separada, ni hacer correspondencias unilaterales con las capacidades. Un indicador se relaciona con más de una capacidad.

# III. ¿Cómo facilitamos estos aprendizajes?

## 3.1 Escenarios para el desarrollo de la competencia matemática

Desarrollar la competencia matemática implica la movilización o puesta en acción de las capacidades de los estudiantes. En este sentido, el docente debe crear, ofrecer, brindar, facilitar las condiciones adecuadas para que, de manera efectiva desarrollen las competencias matemáticas. Esto supone que el ambiente de aprendizaje de la matemática sea enriquecedor y desafiante en la medida que se presenten actividades de aprendizaje dinámicas, integradoras que permitan asumir a los estudiantes un rol más activo.

Una educación matemática que pretenda desarrollar competencias para resolver problemas de la vida cotidiana, demanda a la escuela ampliar sus escenarios de aprendizaje. En este fascículo planteamos los siguientes escenarios:

- Laboratorio matemático

Es un espacio donde el estudiante, tiene la oportunidad de vivenciar, experimentar de manera lúdica la construcción de los conceptos y propiedades matemáticas, buscando regularidades para generalizar el conocimiento matemático.

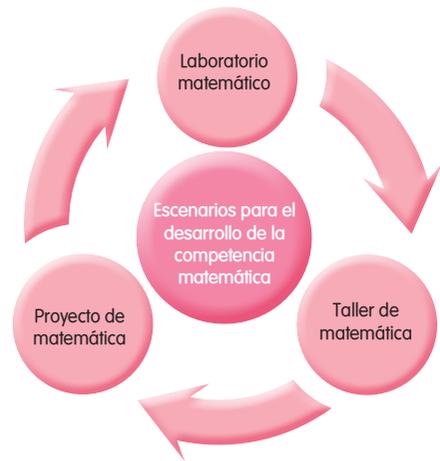
- Taller de matemática

Es un espacio de aprendizaje matemático, en el cual los estudiantes ponen en acción sus habilidades y destrezas adquiridas durante un periodo curricular. Es decir, tienen la oportunidad de transferir lo aprendido a nuevas situaciones.

En el taller se despliegan diversos recursos (procedimentales, cognitivos y actitudinales) orientados a resolver situaciones problemáticas, mediante el uso de diversas estrategias.

- Proyecto de matemática

Hoy se demanda a la escuela, que brinde una educación matemática realista, auténtica, es decir, para la vida. Por ello, se requiere ofrecer espacios educativos que acerquen los contenidos escolares a las situaciones del contexto social, cultural, económico y ecológico de los estudiantes. Esto conlleva implementar proyectos de aprendizaje donde los estudiantes realicen actividades articuladas que los incite a movilizar sus conocimientos matemáticos, para resolver problemas del contexto cotidiano y, así desarrollar las competencias matemáticas. De ese modo, los estudiantes aprenden actuando en la realidad, con base en la continua autorreflexión.



## 3.2 La resolución de problemas y el desarrollo de capacidades

Durante el proceso de aprendizaje de la matemática, es fundamental la resolución de problemas para el desarrollo de capacidades. Estas capacidades implican la matematización, representación, comunicación, elaboración de estrategias, utilización del lenguaje matemático y la argumentación para resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana.

### ¿Qué es una situación problemática?

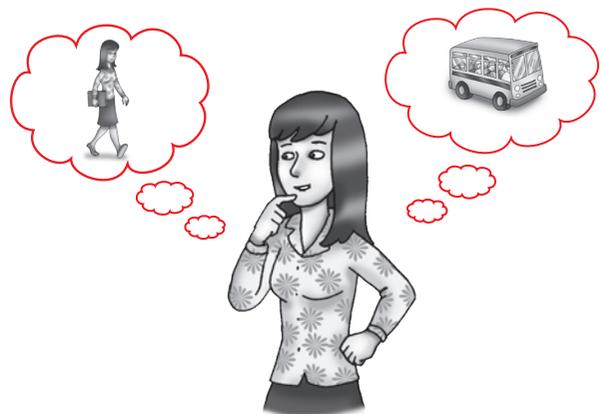
Zoraida enseña en una escuela ubicada a 5 kilómetros del distrito donde vive. Normalmente va a la escuela a pie y algunas veces en microbús. Un día se queda dormida y enfrenta un problema: ¿cómo llegar a tiempo? Ella evalúa esta situación para buscar una solución:

- "Son las 7:30h y debo entrar a la escuela a las 8:00h"
- "Si voy caminando llegaré tarde a la escuela"
- "Si voy en microbús, llegaré a tiempo a la escuela"

### Identifica la situación problemática



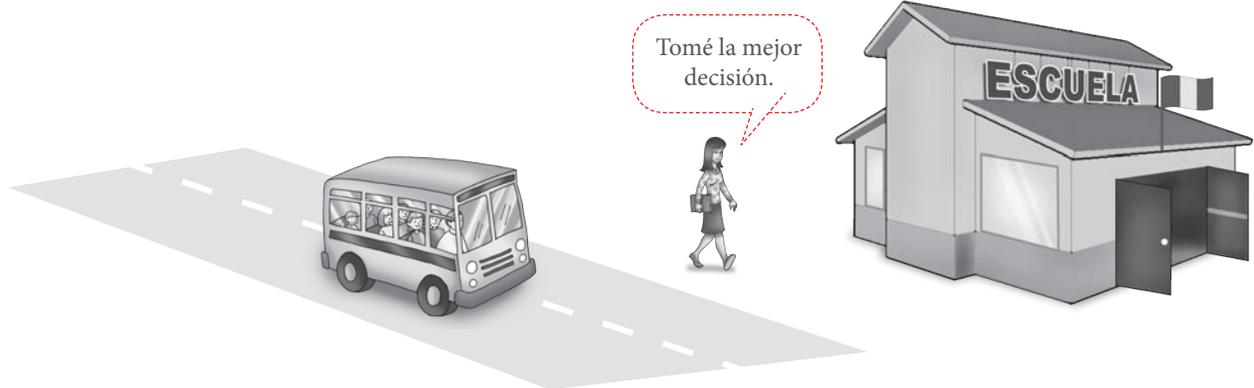
### Evalúa posibles alternativas de solución



### Ejecuta la alternativa seleccionada



## Reflexiona sobre la situación



Así como Zoraida, un estudiante también enfrenta situaciones problemáticas a diario. Por ejemplo, no sabe cómo hacer su tarea escolar, no sabe cómo combinar colores para obtener otros colores, etc.

### UNA SITUACIÓN PROBLEMÁTICA ES...

Una situación nueva y de contexto real, para la cual no se dispone de antemano de una solución.

La dificultad de una situación problemática exige a los estudiantes explorar, investigar, representar, matematizar, evaluar, perseverar, además de ensayar y validar estrategias de solución.

Trabajar a partir de situaciones problemáticas de contexto real, motiva a los estudiantes y permite que se construyan conceptos, procedimientos y se identifiquen regularidades matemáticas.

## 3.3 ¿Cómo ayudar a los estudiantes para que resuelvan problemas?

La resolución de problemas requiere una serie de herramientas y procedimientos como comprender, relacionar, analizar, interpretar, explicar, entre otros. Se apela a todos ellos desde el inicio de la tarea matemática, es decir, desde la identificación de la situación problemática hasta su solución. Es necesario ayudarlos a transitar por las fases que se requiere para llegar a la solución del problema, generar un ambiente de confianza y participación en clase, y hacer una evaluación sistemática de sus esfuerzos. No perder de vista que lo principal no es llegar a la "solución correcta", sino posibilitar el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes para resolver problemas.

Las fases que se pueden distinguir para resolver un problema, son:

1. Comprensión del problema
2. Diseño o adaptación de una estrategia
3. Ejecución de la estrategia
4. Reflexión sobre el proceso de resolución del problema

## El planteamiento del problema

La experiencia de un estudiante en Matemática será incompleta mientras no tenga la ocasión de resolver un problema que él mismo haya inventado (Polya). Mediante la formulación de problemas se contribuye a la solidez de los conocimientos, se desarrolla la expresión oral y escrita, el análisis y la síntesis, la abstracción y la generalización.

Formular un problema implica buscar información, valorar las relaciones matemáticas que hay entre los datos, expresar el problema de manera clara y precisar la incógnita. Esta puede hallarse a partir de los conocimientos adquiridos y mediante la aplicación de diversos procedimientos.

El planteamiento de un problema puede realizarse de dos formas:

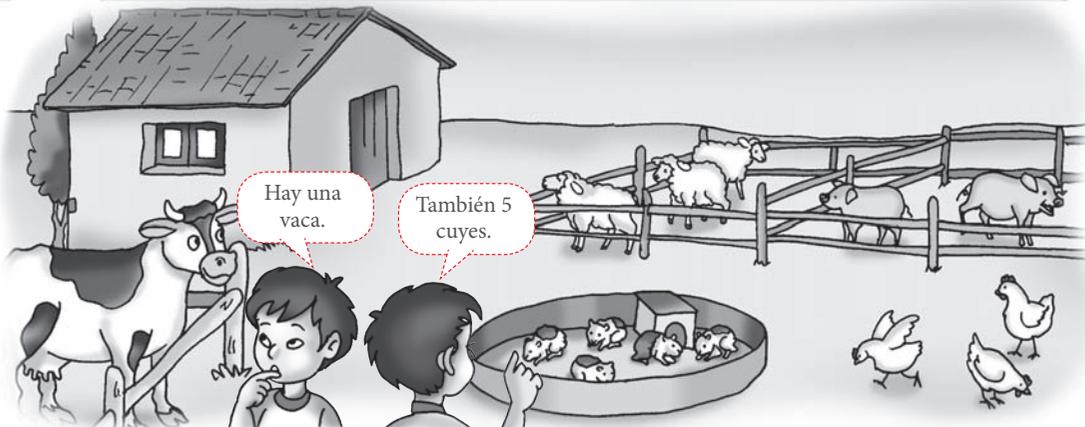
- Cuando acompañamos a nuestros estudiantes para que formulen el problema. Debemos:
  - Ayudar a plantear la situación inicial y formular el enunciado, siguiendo el proceso de producción de textos.
  - Ayudar a evaluar la calidad del problema, considerando la demanda cognitiva.
- Cuando formulamos el problema que presentaremos a nuestros estudiantes. Debemos:
  - Considerar que la situación sea cercana a la realidad de los estudiantes.
  - Elaborar preguntas teniendo en cuenta el nivel de aprendizaje de los estudiantes y la demanda cognitiva creciente.
  - En el caso de las escuelas multigrado, a partir de una misma situación se puede plantear preguntas diferenciadas para cada ciclo o grado.

El planteamiento de un problema se debe realizar utilizando diversos formatos: textuales, audiovisuales e ícono-verbales entre otros.

### CONSIDERACIONES A TENER EN CUENTA EN EL PLANTEAMIENTO DE LAS SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

- **Las situaciones problemáticas deben surgir de un contexto real**

Las situaciones problemáticas a plantear en clases deben surgir de la propia experiencia del estudiante, considerar datos de la vida real planteados por él mismo.



Completa la tabla.

ANIMALES	NÚMERO DE ANIMALES

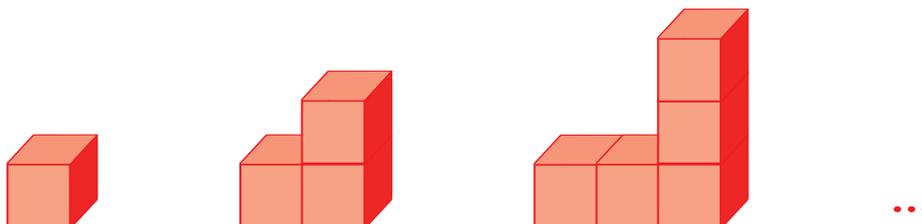
En total hay ..... animales en el corral.

Aquí hay más ..... que .....

- **Las situaciones problemáticas deben ser desafiantes**

Las situaciones problemáticas que se plantean a los estudiantes deben ser desafiantes e incitarles a movilizar toda la voluntad, capacidades y actitudes necesarias para resolverlas.

Ejemplo: Usando cubos, realiza las siguientes construcciones:



En la primera construcción usamos un cubo, en la segunda construcción 3 cubos y en la tercera construcción 5 cubos. Responde: .....

- ¿Cuántos cubos necesitaremos en la cuarta construcción?
- ¿Cuántos cubos necesitaremos en la quinta construcción?
- ¿Cuántos cubos necesitaremos en la sexta construcción?

Escribe la secuencia numérica hasta el décimo término.

- **Las situaciones problemáticas deben ser motivadoras**

Las situaciones problemáticas que se plantean a los estudiantes deben ser motivadoras, deben despertar su curiosidad y el deseo de buscar soluciones por sí mismos.

Ejemplo: Construye collares con cuentas de colores. Usa el siguiente patrón: negra, blanca y blanca.

¿Cuántas cuentas tienes en tu collar?

¿Cuántas cuentas son blancas?

¿Cuántas son negras?

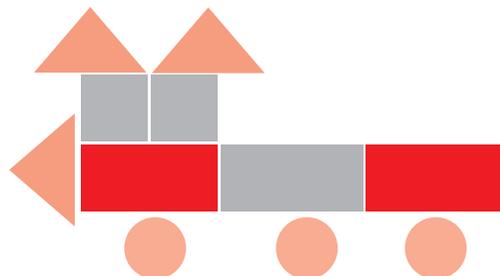
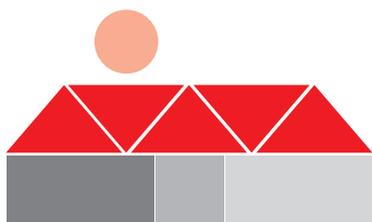
¿Hay más cuentas blancas que negras o más negras que blancas?



- **Las situaciones problemáticas deben ser interesantes**

Las situaciones problemáticas a plantear a los estudiantes han de ser interesantes para ellos, a fin de comprometerlos en la búsqueda de su solución.

Ejemplo: Construyamos con bloques lógicos todo lo que vimos en el parque.



¿Qué has construido con los bloques lógicos?

¿Qué figuras geométricas utilizaste para tus construcciones?

¿Cuántos triángulos usaste en tus construcciones?

¿Cuántos cuadrados?

Hay más ..... que.....

**Recuerda**

El problema planteado debe ser factible de resolverse por los estudiantes del grado correspondiente, sin exagerar la dificultad a fin de evitarles frustraciones. Pero, al mismo tiempo, necesita ser desafiante, retar su capacidad de pensar, a fin de evitar su desinterés y aburrimiento.



### 3.4 ¿Cómo podemos acompañar a los estudiantes, para que aprendan a resolver problemas matemáticos?

El desarrollo de la competencia de resolución de problemas, requiere movilizar una serie de capacidades y procedimientos como; comprender, relacionar, analizar, interpretar, explicar, entre otros. Estas capacidades se involucran desde el inicio del proceso de resolución del problema.

El docente debe prestar ayuda pedagógica oportuna, adecuada y pertinente al niño, durante el recorrido por las distintas fases que requiere la resolución del problema, generando un ambiente de confianza y seguridad, donde no se juzgue el error, se acepte las diferentes maneras de abordar la situación problemática, se reconozca y aliente el esfuerzo por resolver el problema, y donde la evaluación sirva para ayudar a seguir aprendiendo. Todo ello, sin perder de vista el desarrollo de las capacidades matemáticas.

Todo ello demanda un docente que sea cordial y dialogante, y que permita:

- Establecer un ambiente de aprendizaje basado en una relación cordial con los estudiantes y entre ellos.
- Brindar confianza y libertad para que los estudiantes pregunten, exploren y decidan por sí solos las estrategias de solución a los problemas planteados.
- Dialogar y conversar con los estudiantes hasta estar seguro que han comprendido el problema.
- Formular más preguntas que respuestas.

### Fases de la resolución de un problema

Resolver un problema, comprende transitar por un conjunto de fases, que se complementan entre sí, es decir, es un proceso recurrente de idas y vueltas entre la comprensión del problema, el diseño o adaptación de una estrategia, la ejecución de la estrategia y la reflexión sobre el proceso de resolución del problema.

#### FASE 1: Comprensión del problema

Esta fase está enfocada en la comprensión de la situación planteada. El estudiante debe leer atentamente el problema y ser capaz de expresarlo con sus propias palabras (así utilice lenguaje poco convencional). Una buena estrategia es hacer que explique a otro compañero, de qué trata el problema y qué se busca, qué se conoce, o que lo explique sin mencionar números. Es importante respetar el ritmo de aprendizaje de cada estudiante, promoviendo el trabajo en pequeños grupos y evitando que compitan entre ellos. El docente debe indicarle que lea el problema con tranquilidad, sin presiones, ni apresuramientos, que juegue con los datos del problema, que ponga ejemplos concretos de cada una de las relaciones que presenta, que pierda el miedo inicial. También debe tener presente la necesidad de que el estudiante llegue a una comprensión profunda (inferencial) de la situación y de lo inútil que es para la comprensión el repetirlo, copiarlo o tratar de memorizarlo.

## FASE 2: Diseño o adaptación de una estrategia

Durante esta fase los estudiantes comienzan a explorar qué camino elegir para enfrentar el problema. Es aquí donde conocer variadas estrategias heurísticas es útil para la resolución de problemas. Dependiendo de la estructura del problema y del estilo de aprendizaje de los estudiantes, se elige la estrategia más conveniente. Esta es una de las fases más importantes en el proceso resolutivo, pues depende de la base de habilidades y conocimientos que tengan los estudiantes, así como de las relaciones que puedan establecer no solo con lo que exige el problema, sino además, con sus saberes y experiencias previas.

Contar con un buen conjunto de estrategias "potencia" los conocimientos con los que cuenta el estudiante, al momento de resolver problemas.

Algunas estrategias heurísticas para el III ciclo son:

- a. **Realizar una simulación:** consiste en representar el problema de forma vivencial y con material concreto.
- b. **Hacer un diagrama:** implica realizar representaciones gráficas (icónicas, pictóricas y simbólicas) en las que se relacionen los datos o elementos del problema.
- c. **Usar analogías:** implica comparar o relacionar los datos o elementos de un problema, generando razonamientos para encontrar la solución por semejanzas.
- d. **Ensayo y error:** consiste en tantear un resultado y comprobar si puede ser la solución del problema. Si la comprobación es correcta, se habrá resuelto el problema, de otra forma, se continúa con el proceso.
- e. **Buscar patrones:** consiste en encontrar regularidades en los datos del problema y usarlas en la solución de problemas.
- f. **Hacer una lista sistemática:** consiste en realizar una lista con los elementos del problema para identificar datos y relacionarlos.
- g. **Empezar por el final:** consiste en resolver problemas en los que conocemos el resultado final del cual se partirá para hallar el valor inicial.

A continuación, presentamos algunos ejemplos en los que se evidencia el uso de estrategias.

**Ejemplo 1:** Tres niños se distribuyen el costo de un regalo en partes iguales. Cada uno de ellos puso cinco nuevos soles. ¿Cuál fue el precio del regalo?

El precio del regalo se representa pintando cinco cuadraditos de un color diferente por cada niño. Cada parte representa a los cinco nuevos soles que da cada uno.



En este ejemplo se usa la estrategia, **hacer un diagrama**.

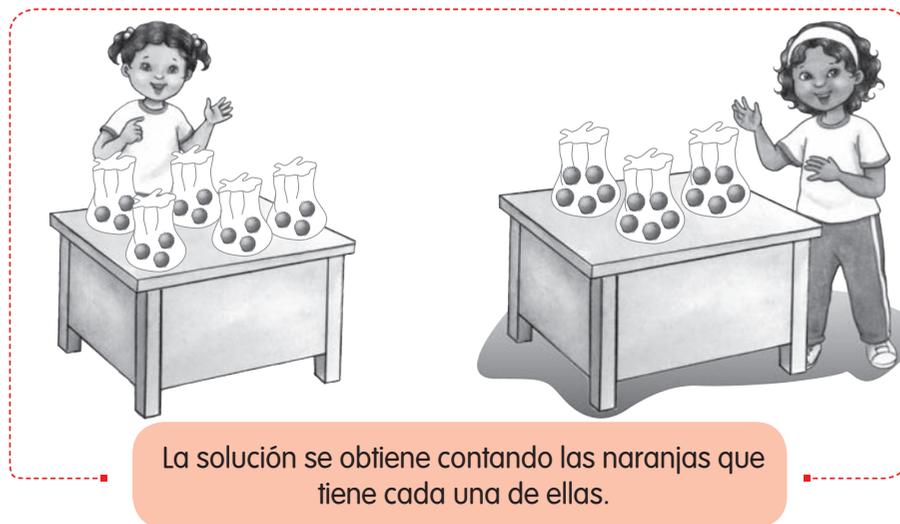
**Ejemplo 2:** Alberto paga con un billete de S/.20 el precio de un carrito. Si el carrito cuesta S/.16 ¿Cuánto recibe de vuelto?



En este ejemplo se usa la estrategia, **hacer una simulación**.

**Ejemplo 3:** Hilda tiene cinco bolsas con tres naranjas cada una. Elena tiene tres bolsas con cinco naranjas cada una. ¿Cuántas naranjas tienen cada una de ellas?

Supongamos que se dispone de material concreto no estructurado que representa las naranjas que aparecen en el problema. Podemos expresar las dos condiciones del problema con la ayuda del material concreto de la siguiente manera:



En este ejemplo se usa la estrategia, **hacer una simulación**.

**Ejemplo 4:** Estas son las galletas que tengo, hoy comeré la mitad y mañana la otra mitad ¿Cuántas galletas comeré hoy?

Los estudiantes realizan la representación gráfica para resolver el problema.



En este ejemplo se usa la estrategia, **hacer un diagrama**.

Ten en cuenta lo siguiente:

- El docente debe procurar que el clima emocional del aula brinde la tranquilidad necesaria para que los estudiantes puedan pensar en el procedimiento o la operación que utilizarán para resolver el problema.



- Los estudiantes decidirán libremente la estrategia que usarán para resolver el problema, con apoyo de material concreto y gráfico.
- El docente estará pendiente del proceso de resolución del problema que siguen los estudiantes y orientará, sobre todo a quienes más lo necesitan.

### FASE 3: Ejecución de la estrategia

Luego que el estudiante comprende el problema y decide por una estrategia de solución, se procede a ejecutar la estrategia elegida. Es aquí donde el acompañamiento al estudiante se vuelve imprescindible, para ayudarlos a salir de todo tipo de bloqueos.

Se debe promover en los estudiantes actitudes positivas para resolver problemas, como despertar curiosidad, tener confianza, tranquilidad, disposición para aprender, y gusto por los retos.

Además, se debe orientar que al ejecutar la estrategia de solución, compruebe cada uno de los procedimientos usados; que sea perseverante en no abandonar cada aspecto examinado, y si las cosas se complican, que sea flexible en intentar por otro camino.

Si el problema ha sido resuelto, es importante preguntar a los estudiantes: ¿Estás seguro que es la respuesta? ¿Cómo lo compruebas?

Como hemos visto, hay diversas estrategias a las que los estudiantes pueden recurrir para resolver un problema. Algunos harán simulaciones, otros harán diagramas, buscarán patrones, usarán analogías, o el ensayo y error, empezarán por el final, etc.

El docente monitorea de modo permanente el aprendizaje de sus alumnos, brindándoles oportunamente el apoyo que requieran.

Por ejemplo, en el problema. Alberto paga con un billete de S/. 20 el precio de un carrito. Si el carrito cuesta S/.16 ¿Cuánto recibe de vuelto?



#### FASE 4: Reflexión sobre el proceso de resolución del problema

Este momento es muy importante, pues permite a los estudiantes reflexionar sobre el trabajo realizado, reflexionar acerca de todo lo que han venido pensando [metarreflexión]. En esta fase el estudiante conoce los procesos mentales implicados en la resolución, sus preferencias para aprender y las emociones experimentadas durante el proceso de solución. El docente posibilitará que en parejas o grupos, los estudiantes comparen las estrategias que usaron y las respuestas que obtuvieron durante el proceso de resolución.



De este modo, los estudiantes desarrollan sus capacidades para comunicar y justificar sus procedimientos y respuestas.

Tener en cuenta lo siguiente:

- La identificación de la respuesta correcta y de la estrategia más eficaz, se realiza con la participación de los estudiantes.
- Se debe pedir a los estudiantes que expliquen las estrategias que siguieron para resolver el problema.
- En caso de que algún estudiante hubiese cometido algún error, se corrige con la participación de los mismos estudiantes, cuidando de reconocer el esfuerzo de quienes se equivocaron.

### 3.5 Articulamos la progresión del conocimiento matemático en el III ciclo

Desarrollar la competencia matemática en los estudiantes es desarrollar progresiva y articuladamente un conjunto de capacidades y conocimientos matemáticos a través de situaciones problemáticas en contextos muy diversos. En este sentido, representamos la articulación de los conocimientos referidos a los dominios de Número y Operaciones, y Cambio y Relaciones.

#### A. NÚMERO Y OPERACIONES

El cuadro siguiente muestra la articulación de los conocimientos numéricos desde el final del II ciclo hasta el comienzo del IV ciclo de Educación Primaria. Los estudiantes ingresan al III ciclo de la Educación Básica Regular habiendo construido nociones básicas acerca de los números naturales. En el III ciclo complementan sus conocimientos sobre los números naturales hasta de dos cifras, en sus diversas formas de representación.

CONOCIMIENTOS	CICLOS			
	II	III		IV
	5 años	1.º	2.º	3.º
Significado de los números naturales: agrupación, clasificación, seriación, el número como ordinal y como cardinal.	✓	✓	✓	✓
Representación, comparación y orden de los números naturales.	✓	✓	✓	✓
Operaciones con números naturales: acciones referidas a juntar, agregar y quitar.	✓	✓	✓	✓
Operaciones con números naturales: acciones referidas a avanzar y retroceder.		✓	✓	✓
Operaciones y propiedades con los números naturales: adición y sustracción.		✓	✓	✓

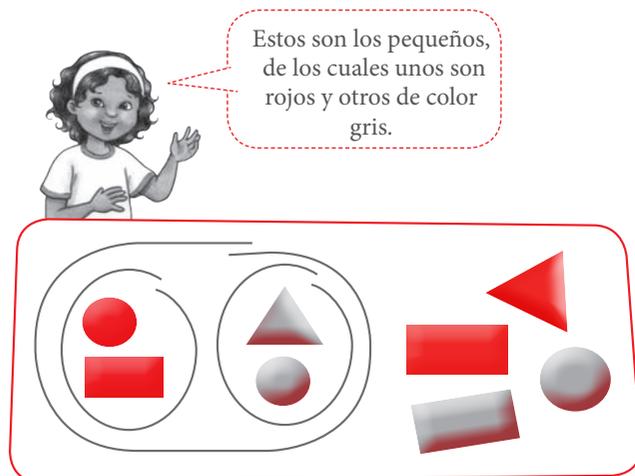
Para que el estudiante del III ciclo construya exitosamente las nociones de número y operaciones y las use con propiedad en situaciones de la vida cotidiana es indispensable que:

- Realice clasificaciones y seriaciones
- Reconozca la posición de los objetos en un arreglo lineal
- Cunte los objetos de una colección
- Compare cantidades de objetos de dos colecciones
- Junte o separe, agregue o quite cantidades en situaciones propias de su contexto

### SIGNIFICADO DE LAS NOCIONES MATEMÁTICAS EN NÚMERO Y OPERACIONES:

**LA CLASIFICACIÓN** consiste en agrupar o separar objetos a partir de la observación de semejanzas y diferencias. Para esto se elige un criterio o característica a tener en cuenta al momento de realizar las agrupaciones: color, tamaño, forma, grosor, textura, utilidad, etc.

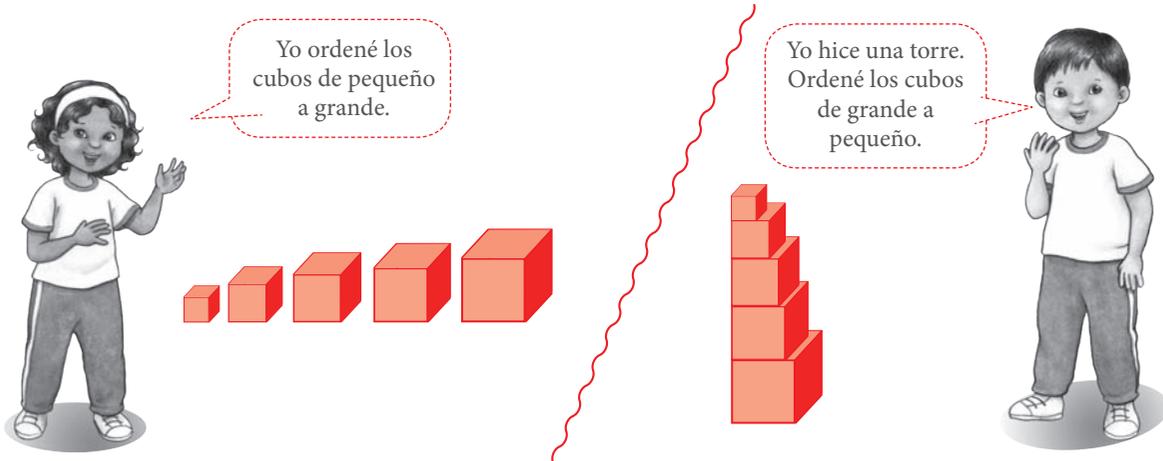
Como parte del proceso de clasificar objetos, el estudiante distingue si un objeto tiene o no la característica que debe formar parte de la colección. Así, establece si el objeto es parte o no de esa colección en particular.



Al finalizar el III ciclo, el estudiante debe identificar que una colección es parte de otra más grande o cuándo se forma una nueva colección dentro de otra. A la colección más amplia se le llama clase y a la colección incluida se le llama subclase.

Ejemplo: La colección de útiles escolares está formada por lápices, cuadernos, borradores, etc. En este ejemplo, los útiles escolares constituyen la clase y los lápices, cuadernos y borradores las subclases.

**LA SERIACIÓN** consiste en ordenar cuantitativamente, es decir, de menos a más o de más a menos, una colección de objetos, atendiendo a las diferencias en una característica determinada: tamaño, grosor o intensidad de color, etc. La noción de seriación sienta las bases para entender la posición de los números según su ubicación. Para desarrollar la noción de seriación los estudiantes no solo deben hacer arreglos horizontales, sino también en forma vertical.



**LA ORDINALIDAD** se pone de manifiesto cuando los estudiantes ordenan linealmente una colección de objetos y pueden asociar el número 1 con el primer objeto de una colección, el número 2 con el siguiente, y así sucesivamente hasta acabar con los objetos que se debe ordenar. Es posible que sepan contestar preguntas como: ¿Qué posición ocupa?, ¿cuál de ellos está en tal o cual lugar?, o ubica la pelota en el cuarto lugar. Cuando realizan este tipo de actividades están usando el número como ordinal, que se refiere a indicar la posición relativa de un objeto con respecto a un referente.

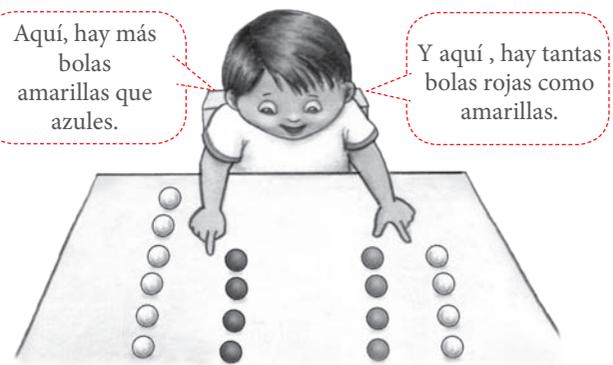


**LA CARDINALIDAD** se ve expresada cuando el estudiante es capaz de señalar con precisión cuántos objetos forman una colección, apoyado en el conteo que requiere de un proceso. Es decir, cuando es capaz, por un lado, de establecer una correspondencia uno a uno entre la secuencia numérica verbal correlativa y cada uno de los objetos de la colección que está contando; y por otro, de desarrollar nociones básicas como la inclusión numérica (el número mayor incluye a los menores).



El hecho de que los estudiantes reciten la secuencia numérica es apenas un pequeño logro. Recién cuando construyen la noción de la inclusión numérica y de la cardinalidad, se puede decir que han construido la noción de conteo.

**EN LA COMPARACIÓN** de cantidades los estudiantes de los primeros grados pueden establecer con facilidad dónde hay más o dónde hay menos elementos u objetos, de manera intuitiva, sin necesidad de tener como referencia un cardinal. Cuando la diferencia entre la cantidad de objetos que forman las colecciones a comparar no es notoria, es necesario que utilicen la correspondencia "uno a uno" entre los objetos de las colecciones. Este proceso les facilitará:



- Entender que a una colección le "faltan" o "sobran" elementos para tener tantos como la otra.
- Agregar elementos a una colección para que tenga tantos como otra o quitar elementos a una colección que tiene más que la otra para obtener una colección con igual cantidad de objetos.
- Entender si dos colecciones tienen igual cantidad de elementos, por lo tanto, son iguales. Si estas nociones se trabajan previamente a la comparación de números, los estudiantes no tendrán dificultades para utilizar correctamente las expresiones "mayor que", "menor que" o "igual a" y sus respectivos símbolos.

**LA ADICIÓN** comprende dos significados:

- Como incremento, implica la transformación de una cantidad inicial por acciones de agregar, avanzar, recibir, ganar, comprar, etc. Ejemplo, María tenía tres polos y en su cumpleaños le regalaron dos polos. ¿Cuántos polos tiene ahora María?
- Como parte-todo que está vinculado a las acciones de juntar o unir las partes en un todo. Para nombrar al todo se requiere recurrir a la noción de inclusión de clase. Ejemplo, Josefina compró 8 manzanas y 12 melocotones. ¿Cuántas frutas compró Josefina?

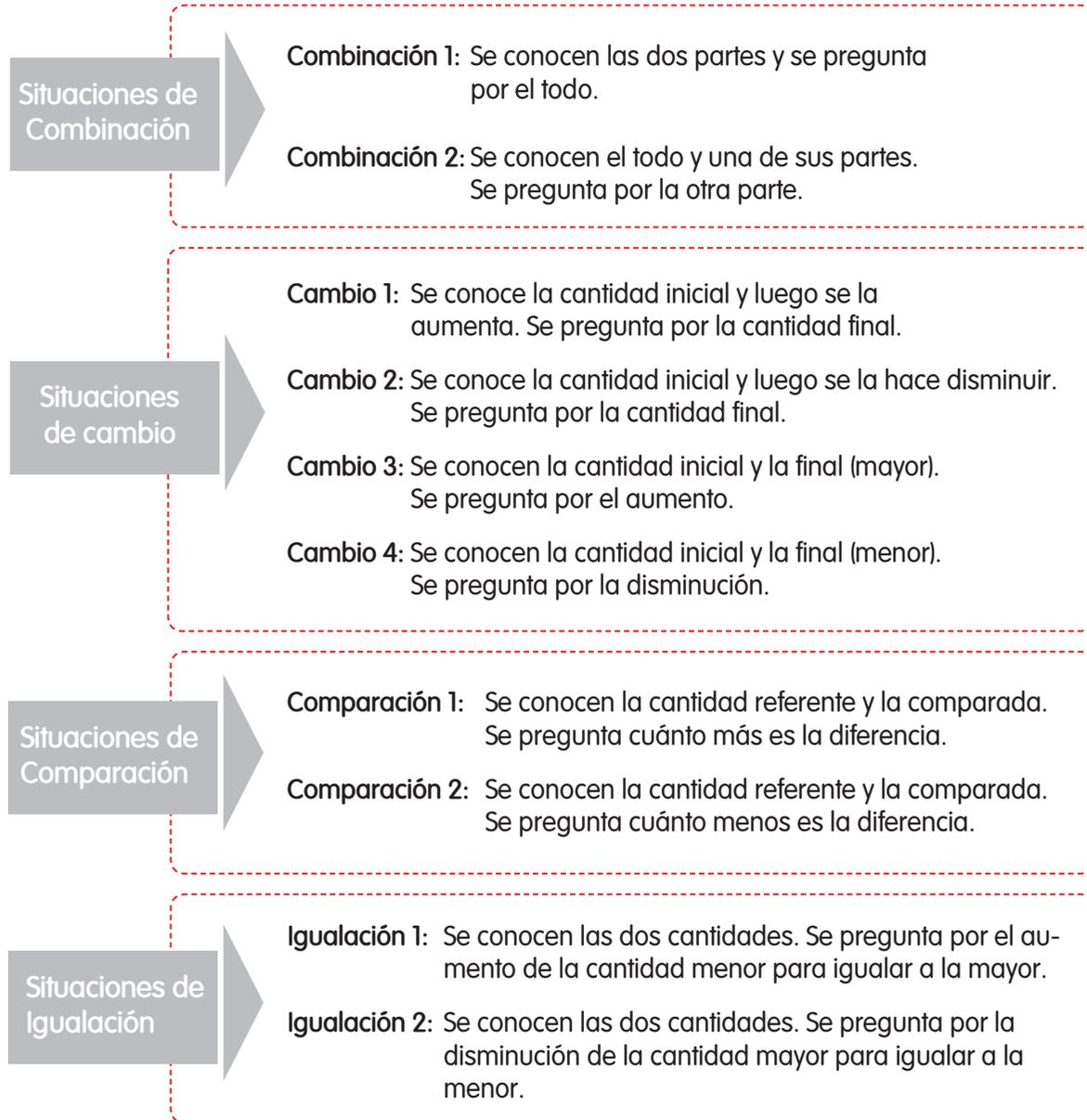
**LA SUSTRACCIÓN** aparece de manera natural vinculada a las acciones de dar, perder, bajar, disminuir, etc., que son transformaciones que tienen significado por sí mismas. Un buen aprendizaje de la sustracción pasa por la comprensión del carácter inverso de la adición.

En este sentido, para el aprendizaje de la adición y la sustracción, se debe tener en cuenta que estas forman parte de un mismo concepto que puede ser trabajado desde distintos significados, de manera simultánea e integradas para lo cual se recomienda utilizar los problemas de estructura aditiva: cambio, combinación, comparación e igualación.

### Los Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal (PAEV)

Para que los niños puedan consolidar la noción aditiva y sus habilidades en la resolución de problemas, cuando ingresen a la escuela, es necesario que resuelvan situaciones de su vida cotidiana asociadas a acciones de agregar, quitar, juntar, separar, comparar e igualar, que en la didáctica de la Matemática se organizan como Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal (PAEV por sus siglas). Los PAEV se traducen en problemas de Combinación, Cambio o Transformación, Comparación e Igualación, los cuales presentan distintas posibilidades en su interior.

Los problemas aditivos que se abordan en el III ciclo son:



La tabla muestra los tipos de problemas aditivos que se aborda en primer y segundo grado.

Grado	Primer grado	Segundo grado
Tipos de problemas		
Combinación	1	1, 2
Cambio	1, 2	1, 2, 3, 4
Comparación		1, 2
Igualación		1, 2

A continuación, se definen situaciones con problemas de estructura aditiva:

### Situaciones de combinación

Se trata de problemas que se plantean a partir de "combinar" dos cantidades, las cuales se diferencian en alguna característica, en los que podemos desconocer una parte o el todo.

Todo	
Parte	Parte

Luís tiene 6 camioncitos y José 8 trompos. ¿Cuántos juguetes tienen los dos juntos?

José, yo tengo 6 camioncitos.

Y yo tengo 8 trompos.

Si los juntamos ¿cuántos juguetes habrá en total?

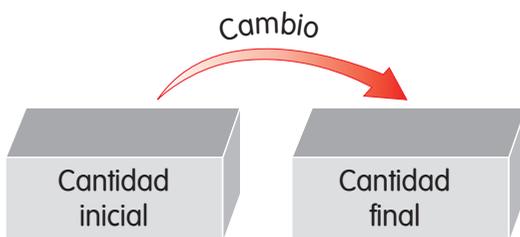


PAEV de combinación 1.

### Situaciones de cambio

Se trata de problemas en los que se parte de una cantidad, a la que se añade o se le quita otra de la misma naturaleza.

Cambio



Naty tenía 12 caramelos. Pedro le dio algunos más. Ahora tiene 20 caramelos. ¿Cuántos caramelos le dio Pedro?

Tengo 12 caramelos.

Te regalo algunos, ahora tienes 20. ¿Cuántos te regalé?

algunos

12      20

Cantidad inicial      Cantidad final

PAEV de cambio 3.

Pedro tenía 9 lápices. Dio algunos a Rosa. Ahora tiene 6. ¿Cuántos lápices le dio a Rosa?

Tenía 9 lápices y te regalé algunos.

¿Cuántos me diste?

algunos

9      6

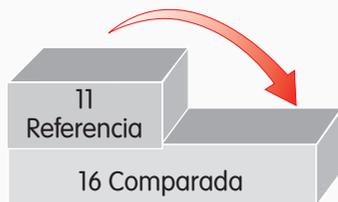
Cantidad inicial      Cantidad final

PAEV de cambio 4.

## Situaciones de comparación

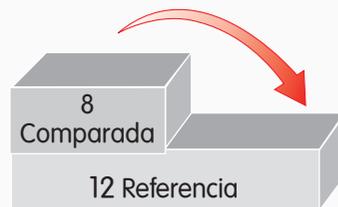
En esta categoría se comparan dos cantidades. Los datos son las cantidades y la diferencia que existe entre ellas. De estas dos cantidades, una es la comparada y la otra es la referencia. La diferencia es la distancia que se establece entre ambas.

Roger tiene 11 nuevos soles. Oscar tiene 16. ¿Cuántos soles tiene Oscar más que Roger?



PAEV de comparación 1.

Luis tiene 12 aviones de papel y José tiene 8. ¿Cuántos aviones tiene José menos que Luis?

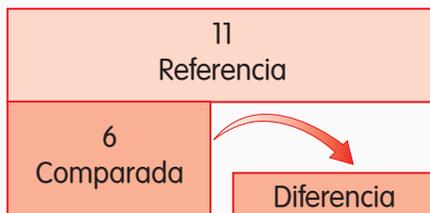


PAEV de comparación 2.

## Situaciones de igualación

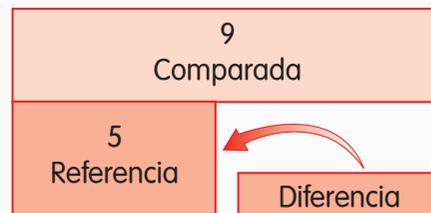
Se trata de problemas que contienen dos cantidades diferentes sobre una de las cuales se actúa aumentándola o disminuyéndola hasta hacerla igual a la otra. De estas dos cantidades una es la cantidad a igualar y la otra es la cantidad referente. La transformación que se produce en una de dichas cantidades es la igualación.

Ana tiene 11 fichas y Mariela tiene 6. ¿Cuántas fichas más tiene que ganar Mariela para tener tantas como Ana?



PAEV de igualación 1.

José tiene 9 caramelos. Julio tiene 5 caramelos, ¿cuántos caramelos le falta comer a José, para tener tantos caramelos como Julio?



PAEV de igualación 2.

A continuación, más ejemplos de tipos de problemas aditivos.

Situaciones de combinación	
1	En el aula hay 14 varones y 6 mujeres. ¿Cuántos estudiantes hay en total?
2	En el aula hay 16 estudiantes, de los cuales 9 son varones. ¿Cuántas mujeres hay?

Situaciones de cambio	
1	Teresa tenía 9 muñequitas de papel. Le regalan 8 más. ¿Cuántas muñequitas tiene ahora?
2	José tiene 16 figuritas, luego pierde 5. ¿Cuántas figuritas le quedan?
3	Rosa tenía 12 lápices de colores. Su papá le compra algunos más. Ahora tiene 20 lápices. ¿Cuántos lápices de colores le regaló su papá?
4	Yarina tenía 9 carritos y prestó algunos a su hermano José. Ahora tiene 6. ¿Cuántos carritos prestó a su hermano?

Situaciones de comparación	
1	Miguel ahorró 11 nuevos soles. Kusi ahorró 16. ¿Cuántos soles más que Miguel ahorró Kusi?
2	Luis tiene 15 chapitas, Karito tiene 12. ¿Cuántas chapitas menos que Luis tiene Karito?

Situaciones de igualación	
1	Pedro tiene 18 canicas. Yarina tiene 12. ¿Cuántas canicas tiene que ganar Yarina para tener tantas como Pedro?
2	Marta ha ganado 6 rompecabezas. Gisela ganó 10. ¿Cuántos rompecabezas debe regalar Gisela para tener tantos como Marta?

## B. CAMBIO Y RELACIONES

El fenómeno del cambio se observa a nuestro alrededor. Por ejemplo, la variación del tamaño en los seres vivos está relacionada con el paso del tiempo. Asimismo, el tiempo que emplea una persona al desplazarse desde su casa al colegio está en función a su velocidad. Lo que es común en ambos ejemplos es la relación que se establece entre dos cantidades.

El niño puede apreciar estas relaciones de manera intuitiva. Por ejemplo, puede darse cuenta que mientras más años tiene, más alto es, o que mientras más lejos tiene que desplazarse, demora más tiempo. Cuando el niño adquiere nociones matemáticas, está en condiciones de establecer una relación definida o un modelo para estas situaciones.

Para que los estudiantes del III ciclo descubran por sí mismos los cambios y las relaciones que se producen en el mundo real de manera natural, necesitan analizar continuamente situaciones cotidianas en las que puedan descubrir patrones, como en los tejidos o en las canastas de paja. También descubrir equivalencias, por ejemplo, al jugar el sube y baja, o las relaciones directas en juegos como el del baile de la silla, donde a cada niño le corresponde una silla, entre otras.

El siguiente cuadro muestra la articulación de los conocimientos referidos a cambio y relaciones desde el final del II ciclo, hasta el comienzo del IV ciclo de Educación Primaria.

CONOCIMIENTOS	CICLOS			
	II	III		IV
	5 años	1.º	2.º	3.º
Patrones de repetición de movimientos corporales	✓	✓	✓	✓
Patrones de repetición con criterio de ritmo en la percusión	✓	✓	✓	✓
Patrones de repetición con criterio de sonoridad musical	✓	✓	✓	✓
Patrones de repetición con material concreto	✓	✓	✓	✓
Patrones de repetición gráfica	✓	✓	✓	✓
Patrones de repetición con criterio de ritmo en la danza		✓	✓	✓
Patrones aditivos		✓	✓	✓
Igualdad de expresiones aditivas equivalentes		✓	✓	✓

## SIGNIFICADO DE LAS NOCIONES MATEMÁTICAS EN CAMBIO Y RELACIONES

**PATRÓN** es una sucesión de movimientos, sonidos, objetos, figuras o símbolos que se ordenan para formar un todo que al repetirse varias veces da como resultado una secuencia. Hay dos tipos de patrones:

- Un patrón de repetición está formado por una sucesión de movimientos, sonidos, objetos, gráficos o símbolos de acuerdo con uno o más criterios que puede ser color, forma, tamaño, etc. los mismos que al repetirse varias veces dan origen a secuencias de objetos o gráficas.



- Un **patrón aditivo** está formado por un número asociado a una operación que se da entre un término y el siguiente para dar origen a secuencias numéricas.



**EQUIVALENCIA** se refiere a dos o más objetos o expresiones numéricas distintas entre sí, pero que tienen igual valor. Por lo tanto, dos expresiones aditivas son equivalentes cuando tienen igual resultado.



**RELACIÓN** es una noción muy general, ya que existen relaciones entre objetos en el espacio, entre cantidades, entre fenómenos biológicos, sociales y psicológicos, etc. Las relaciones se pueden establecer entre dos, tres o más objetos. Se representan usando el lenguaje natural, diversos esquemas (sagital, tablas de doble entrada, entre otros) o el lenguaje formal a través de expresiones algebraicas.

En Primer Grado desarrollaremos la noción de relaciones entre dos colecciones de objetos. Por ejemplo:

Ejemplo 1: Los estudiantes establecen relaciones entre objetos de su entorno y sectores del aula.



Ejemplo 2: Los estudiantes establecen relaciones según la utilidad de los objetos.

Une con flechas los objetos con el cartel que corresponda.



Sirve para limpiar

Sirve para cocinar

En Segundo Grado desarrollaremos las nociones de relación entre objetos de colecciones numéricas y no numéricas, por ejemplo:

a) Relaciones no numéricas

Killa



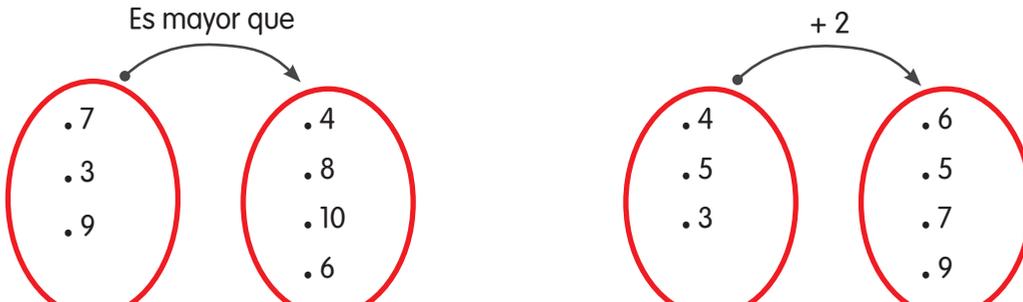
Observa la imagen y escribe el nombre de cada niña en el recuadro.

Killa está a la derecha de Nina y Asiri a la derecha de Killa.

b) Relaciones numéricas

Es mayor que

+ 2

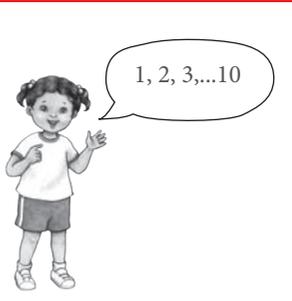
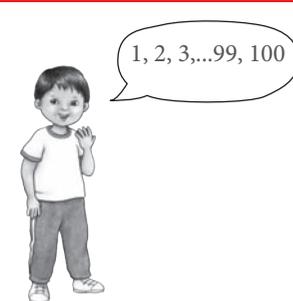
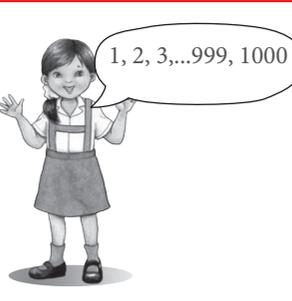
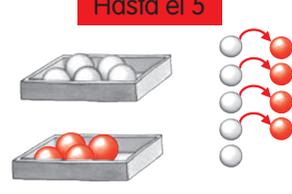
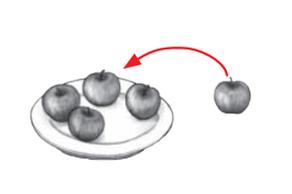
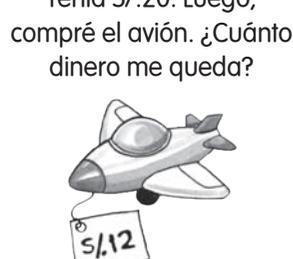


3.6 ¿Cuáles son los rangos numéricos en los números naturales propuestos para Inicial (5 años), primer y segundo grado?

La construcción de la noción de número en los niños y niñas se adquiere gradualmente en la medida en que ellos tengan la oportunidad de pensar en la cantidad asociada a los números, de representarlos y de usarlos en contextos significativos.

En ese sentido, el niño puede contar, leer, escribir o identificar números mayores que 100, sin embargo para comprenderlos y utilizarlos reflexivamente requiere de un trabajo progresivo, por ello se propone un rango numérico menor para el desarrollo de capacidades más complejas.

A continuación te mostramos la infografía del rango numérico para Inicial (5 años) y el primer y segundo grado.

	Inicial (5 años)	Primer grado	Segundo grado
Cuenta	 <p>1, 2, 3, ... 10</p>	 <p>1, 2, 3, ... 99, 100</p>	 <p>1, 2, 3, ... 999, 1000</p>
Compara	<p>Hasta el 5</p>  <p>Hay más bolas grises que naranjas.</p>	<p>Hasta el 20</p>  <p>Hay más bolas grises que naranjas.</p> <p>8 es menor que 15.</p>	<p>Hasta el 100</p>  <p>38 es menor que 41 y 41 es mayor que 38.</p>
Suma y resta	<p>Hasta el 5</p>  <p>¿Cuántas manzanas hay en total?</p>	<p>Hasta el 20</p> <p>había      quedan</p>  <p>¿Cuántas manzanas menos han quedado?</p> <p><math>5 - \underline{\quad} = 4</math></p>	<p>Hasta el 100</p> <p><math>23 + 64 =</math></p> <p><math>23 \rightarrow 20 + 3</math></p> <p><math>64 \rightarrow 60 + 4</math></p> <p><math>80 + 7 = 87</math></p> <p><math>37 + 45 =</math></p> <p><math>\begin{array}{r} 37 + \\ 45 \\ \hline 82 \end{array}</math></p>
Representa y resuelve problemas de adición y sustracción	<p>Hasta el 5</p> <p>Juan se lleva 2 manzanas de esta bolsa. ¿Cuántas manzanas quedan en la bolsa?</p> 	<p>Hasta el 20</p> <p>Tenía S/.20. Luego, compré el avión. ¿Cuánto dinero me queda?</p> 	<p>Hasta el 100</p> <p>Juan tenía 13 figuritas. Su hermano le regaló algunas más, y ahora tiene 34. ¿Cuántas figuritas le regaló su hermano?</p> 

### 3.7 Reconocemos herramientas y condiciones didácticas para el desarrollo de las capacidades matemáticas

#### A. Capacidad: MATEMATIZA

Matematizar implica desarrollar un proceso de transformación que consiste en trasladar a enunciados matemáticos, situaciones del mundo real y viceversa. Durante la experiencia de hacer esto, debemos promover la construcción y puesta en práctica de los conocimientos matemáticos. A continuación te presentamos situaciones y condiciones que favorecen la matematización.

Situaciones	Condiciones
<ul style="list-style-type: none"><li>• Actividades vivenciales del entorno.</li><li>• Actividades dinámicas, lúdicas, de experimentación. Por ejemplo el juego: El banco matemático, en cuántos minutos hierve el agua, etc.</li><li>• Actividades con apoyo de material gráfico (boletas de venta, recibos, recortes periodísticos, láminas, afiches, etc.)</li></ul>	Favorecer: <ul style="list-style-type: none"><li>• La indagación y experimentación.</li><li>• La simulación y puesta en práctica.</li></ul>

#### B. Capacidad: COMUNICA

La comunicación es un proceso transversal en el desarrollo de la competencia matemática. Implica para el individuo, comprender una situación problemática y formar un modelo mental de la situación. Este modelo puede ser resumido y presentado en el proceso de solución. Para la construcción de los conocimientos matemáticos es recomendable que los estudiantes verbalicen constantemente lo que van comprendiendo y expliquen sus procedimientos al hallar la solución de los problemas.

Algunas preguntas que pueden ayudar en la comunicación matemática pueden ser:

Fases de la resolución de problemas	Preguntas
<b>Comprensión del problema</b> Las interrogantes están orientadas para que los estudiantes puedan movilizar sus saberes previos, establecer relaciones entre los datos del problema y verbalizar la situación problemática.	<ul style="list-style-type: none"><li>• ¿De qué trata el problema?</li><li>• ¿Cómo lo dirías con tus propias palabras?</li><li>• ¿Has visto alguna situación parecida?</li><li>• ¿Cuáles son los datos?</li><li>• ¿Qué es lo que te piden?</li><li>• ¿Cuáles son las palabras que no conoces en el problema?</li><li>• ¿A qué crees que se refiere cada una de las palabras?</li></ul>

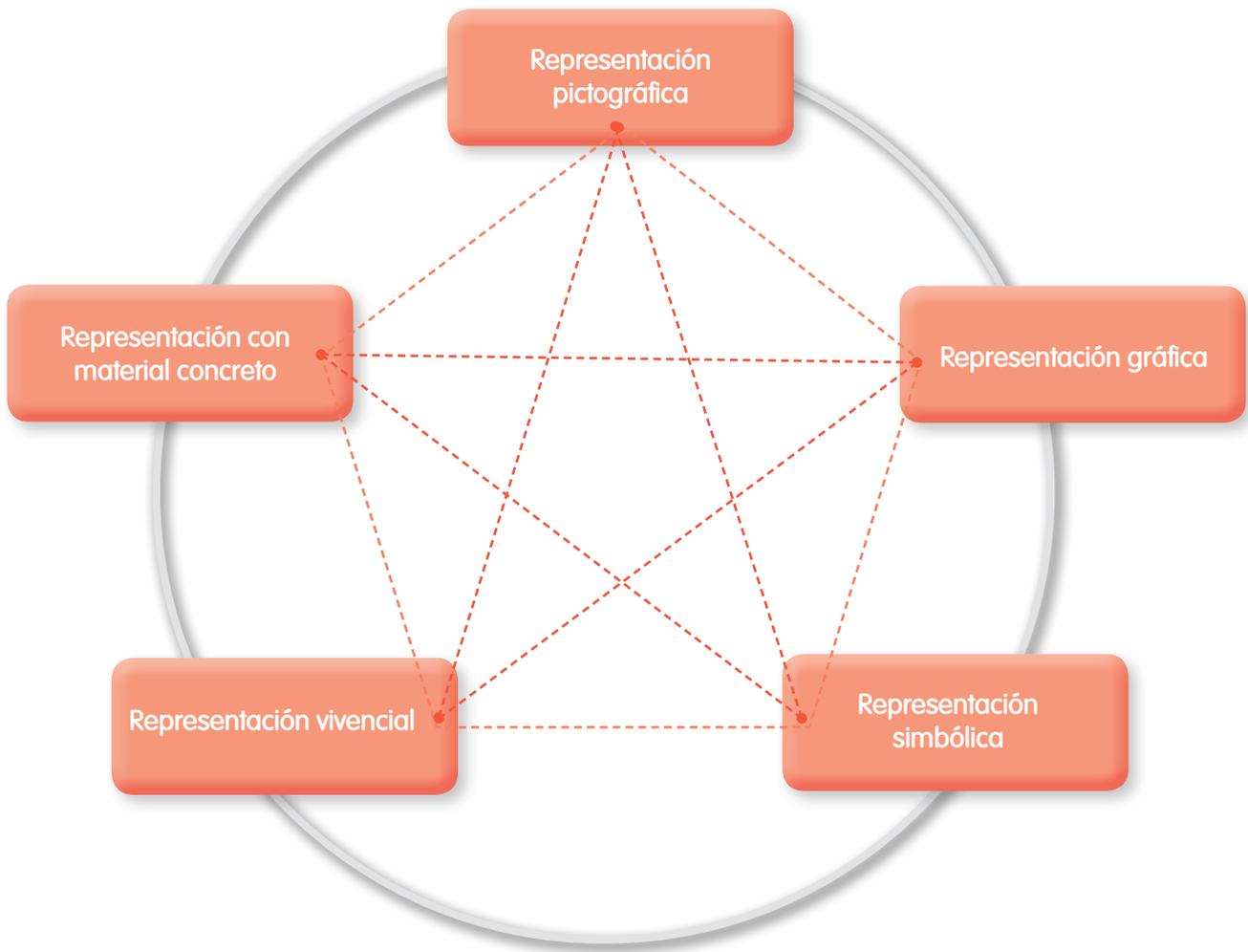
Fases de la resolución de problemas	Preguntas
<p><b>Diseño o adaptación de una estrategia</b></p> <p>Las interrogantes están orientadas a que cada estudiante explore, proponga planteamientos y diversas estrategias en la solución de problemas. Es aquí donde se elige el camino para enfrentar la situación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo resolvemos el problema?</li> <li>• ¿Qué deberíamos hacer primero?</li> <li>• ¿Debemos considerar todos los datos?</li> <li>• ¿Cómo haríamos para llegar a la respuesta?</li> <li>• ¿Has resuelto algún problema parecido?</li> <li>• Imagina un problema más sencillo. ¿Cómo lo desarrollarías?</li> <li>• ¿Qué materiales debes utilizar para resolver el problema?</li> </ul>
<p><b>Ejecución de la estrategia</b></p> <p>Las interrogantes están orientadas a que los estudiantes desarrollen su estrategia, comprueben sus avances y que actúen con flexibilidad al resolver problemas; es decir si las cosas se complican demasiado, que intenten otros caminos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Consideras que los procedimientos utilizados te ayudarán a encontrar la respuesta?</li> <li>• ¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta? ¿Cuáles?</li> <li>• ¿Cuál es la diferencia entre el procedimiento seguido por... y el tuyo?</li> <li>• ¿Estás seguro de tu respuesta? ¿Cómo la compruebas?</li> </ul>
<p><b>Reflexión sobre el proceso de resolución</b></p> <p>Las interrogantes buscan que los estudiantes den una mirada retrospectiva de los procesos vivenciados y de los resultados obtenidos, expresando sus emociones así como explicando y argumentando sus aciertos y desaciertos a partir de las actividades desarrolladas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo hiciste para hallar la respuesta? Explica tu estrategia.</li> <li>• ¿Por qué ese camino te llevó a la solución?</li> <li>• ¿Qué te dio la pista para elegir tu estrategia?</li> <li>• ¿En qué se parece este problema a otros trabajados anteriormente?</li> <li>• ¿Te fué fácil o difícil resolver el problema?, ¿por qué?</li> <li>• ¿Crees que el material que utilizaste te ayudó?, ¿por qué?</li> </ul>

Así como estamos proponiendo interrogantes estratégicas que faciliten la comunicación del sentido de cada fase, es importante también motivar al estudiante con afirmaciones positivas respecto a los esfuerzos que van desplegando:

Criterios	Afirmaciones del docente
Valorar los esfuerzos de los estudiantes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Has mejorado mucho porque te has esforzado.</li> <li>• ¡Muy bien!, cada vez lo haces mejor. y más rápido.</li> </ul>
Estimular el interés y la motivación del estudiante.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Has venido trabajando con mucho esfuerzo.</li> <li>• Tu pregunta es muy buena, les interesa a todos.</li> </ul>
Valorar la habilidad del estudiante.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eres muy bueno para hacer estos procedimientos.</li> <li>• Tu explicación es clara y valiosa. ¡Te felicito!</li> </ul>
Dar energía y esperanza de aprender.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Parece que no tienes dificultades para entender el problema.</li> <li>• ¡Muy bien!, cada vez lo haces mejor.</li> <li>• No te preocupes. ¡Tú puedes hacerlo! Yo te ayudaré.</li> </ul>
Valorar la contribución de los estudiantes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gracias a tu pregunta hemos podido reconocer ciertas dudas que tienen todos.</li> <li>• Porque explicaste tu idea con precisión, tus compañeros entendieron el problema.</li> </ul>

### C. Capacidad: REPRESENTA

La representación es un proceso y un producto que implica seleccionar, interpretar, traducir y usar una variedad de esquemas para expresar una situación, interactuar con el problema o presentar un resultado. Para la construcción de los conocimientos matemáticos es recomendable que los estudiantes realicen diversas representaciones desde la vivenciación hasta llegar a las representaciones gráficas y simbólicas.



A continuación presentamos las formas de representación: ■

- Las representaciones vivenciales son acciones motrices, puede ser:
  - Dramatizaciones
  - Juego de roles
- Representaciones apoyadas en material concreto, que pueden ser:
  - Estructurados: Material Base Diez, ábaco, regletas de colores, balanza, etc.
  - No estructurados: semillas, piedritas, palitos, tapas, chapas, etc.
- • Representaciones pictográficas:
  - Dibujos
  - Íconos
- Representaciones de gráficas:
  - Tablas simples y de doble entrada
  - Diagrama de árbol
  - Diagrama de flechas
  - Diagramas lógicos
  - Esquemas parte todo
- Representaciones simbólicas:
  - Expresiones con símbolos matemáticos

## **D. Capacidad: ELABORA DIVERSAS ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS**

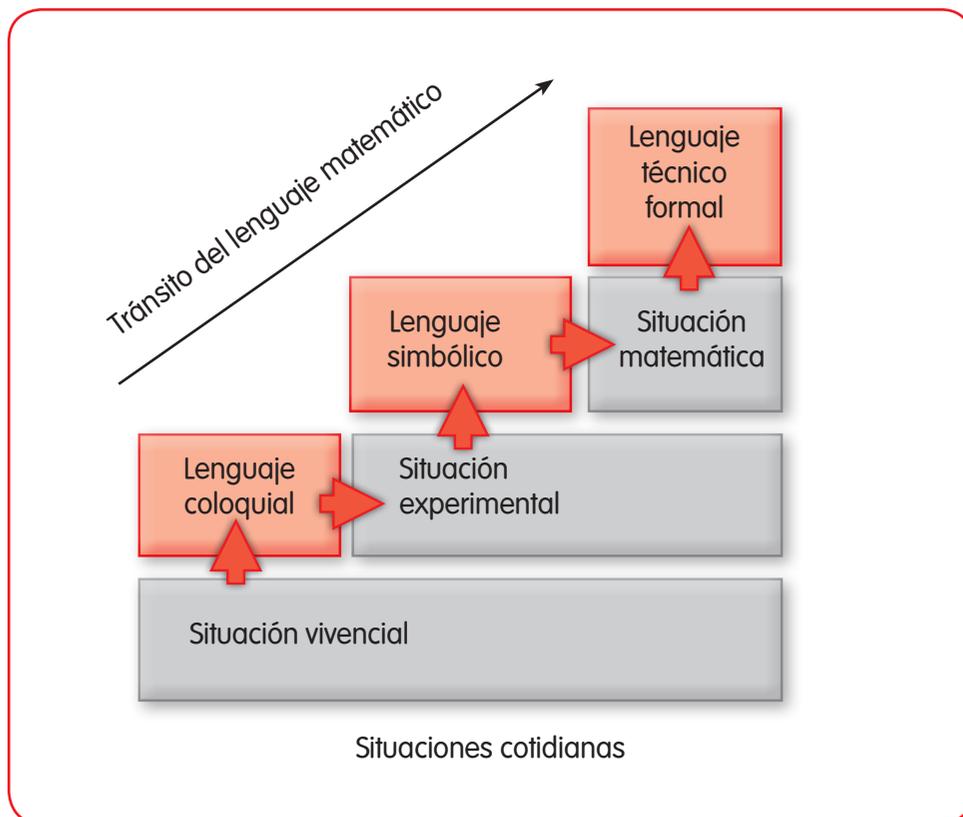
Esta capacidad consiste en seleccionar o elaborar un plan o estrategia sobre cómo utilizar las matemáticas para resolver problemas de la vida cotidiana, y cómo implementarlo en el tiempo. Esta capacidad matemática puede ser exigida en cualquiera de las fases del proceso de resolución de problemas. Los saberes previos del estudiante de los primeros grados son limitados respecto al manejo de estrategias heurísticas, por lo que desde el aula debemos darle la oportunidad de apropiarse de estrategias variadas.

A continuación, te proponemos algunas estrategias heurísticas para el III ciclo:

Estrategias heurísticas	Condiciones
<p><b>Realizar simulaciones</b> Consiste en la teatralización del problema o la situación problemática. Implica una mayor actividad corporal y un rol activo del estudiante. Contribuye a una asimilación de conocimientos profunda, natural, comprensiva y afectiva.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dejar que el estudiante sea el que proponga su propio camino de solución.</li> </ul>
<p><b>Usar analogías</b> Implica comparar o relacionar los datos o elementos de un problema, generando razonamientos para encontrar la solución por semejanzas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Acompañar el proceso con preguntas que permitan la identificación del error, sin que este cause burla, sino que más bien, convierta la reflexión en un acto permanente que lo oriente a tomar decisiones oportunas.</li> </ul>
<p><b>Hacer un diagrama</b> Consiste en realizar representaciones gráficas (icónicas, pictóricas y simbólicas) en las que se relacionen los datos o elementos del problema para presentar la información.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Promover el uso de tablas y esquemas.</li> <li>• Favorecer el cálculo escrito y mental.</li> </ul>
<p><b>Ensayo y error</b> Consiste en tantear un resultado y comprobar si puede ser la solución del problema. Es una estrategia muy útil cuando se realiza de forma organizada y se evalúa cada vez los ensayos que se realizan. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propiciar actividades que favorezcan el desarrollo del pensamiento reversible desde los primeros grados.</li> <li>• Acompañar el proceso con preguntas que permitan identificar la regularidad y el uso de estas en la solución del problema.</li> </ul>
<p><b>Buscar patrones</b> Consiste en encontrar regularidades en los datos del problema y usarlos en su solución.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Promover el uso de diferentes formas de representación.</li> </ul>
<p><b>Hacer una lista sistemática</b> Se realiza un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Se usa en los casos en que se requiere la enumeración de objetos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientar el proceso a través de interrogantes que hagan visible las relaciones que existen entre los elementos del problema.</li> <li>• Generar situaciones que puedan ser resueltas por analogía.</li> </ul>
<p><b>Empezar por el final</b> Se utiliza el pensamiento regresivo en situaciones dinámicas como, por ejemplo, el juego "mundo" en el cual tenemos información de una situación final. También se usa para demostrar desigualdades y para resolver problemas aditivos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propiciar los juegos: grupales, de roles, escenificaciones, etc.</li> </ul>

## E. Capacidad: UTILIZA EXPRESIONES SIMBÓLICAS, TÉCNICAS Y FORMALES

El uso de expresiones y símbolos matemáticos ayudan a la formalización de las nociones matemáticas. Estas expresiones no son fáciles de asimilar debido a la complejidad de los procesos que implica la simbolización. Es por eso que los estudiantes de III ciclo requieren vivenciar previamente experiencias y realizar inducciones, haciendo uso de lenguajes que varíen de coloquiales a simbólicos para constituirse posteriormente en técnicos y formales.



## F. Capacidad: ARGUMENTA

La argumentación es el razonamiento que utiliza una persona para explicar, justificar o validar un resultado. Argumentar supone procesos de pensamiento que exploran y vinculan diferentes elementos del problema para hacer inferencias a partir de ellos, comprobar la justificación que proponemos u ofrecer una justificación de las declaraciones o soluciones a las que hemos llegado.

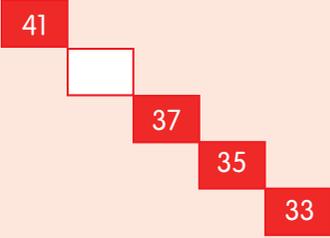
Escenarios didácticos que propician formas de argumentación:

Escenarios	Actividades a desarrollar
De exposición - discusión	<p>Estructurar los conocimientos para una exposición o discusión con organizadores visuales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Esquemas gráficos</li> <li>- Diagramas</li> </ul>
De indagación	<p>Plantear interrogantes seguidas tentativamente por respuestas, implica el establecimiento de conjeturas para su posterior validación (justificación) a partir de procedimientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Procedimientos experimentales</li> <li>- Formulación de contraejemplos</li> </ul>
De promoción de prácticas inductivas	<p>Propiciar una serie de situaciones representativas que incentiven el establecimiento de relaciones para la generalización o particularización, entre ellas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estudio de casos</li> <li>- Modelos que posibiliten la visualización de lo que no podemos observar directamente</li> <li>- Simulaciones de la realidad</li> </ul>
De promoción de actividades integradas	<p>Organizar los conocimientos matemáticos de forma integral. Se combinan hechos, procedimientos, formas de representación, conceptos, y sus relaciones entre ellos.</p>

### 3.8 Promoción de las actividades o tareas matemáticas

Un factor muy importante para el aprendizaje de las matemáticas son las situaciones en las que los estudiantes se enfrentan a problemas. Para cada momento de aprendizaje se deben plantear tareas matemáticas que requieran hacer uso de diversas capacidades y competencias matemáticas. Denominamos tareas, como demanda de desempeño, a cada una de las actividades que le proponemos a los estudiantes en la clase, no a las tareas para la casa ni a las tareas para el cuaderno.

A continuación, te presentamos la clasificación de las tareas matemáticas según el nivel de razonamiento que demanda al estudiante, para que las consideres al momento de planificar, siempre con el propósito de posibilitar el desarrollo de las capacidades y competencias matemáticas.

Nivel de demanda	Características de las tareas	Ejemplos
Tareas de baja demanda de razonamiento (grupo de reproducción)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Referidas a la memorización, evocación de información (datos, hechos, terminología), repetición de ejecuciones.</li> <li>Actividades rutinarias, en las que el estudiante no debe hacer ninguna adaptación del contenido involucrado.</li> <li>Procedimientos sin contexto y sin conexiones, tal como fueron enseñados.</li> <li>Son aprendizajes que no implican la posibilidad de ser adaptados o transferidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Jorge tiene 8 años. ¿Cuál es su edad aumentada en cinco años?</li> <li>Una señora tiene 40 años y su hijo, la mitad. ¿Cuántos años tiene su hijo?</li> </ul>
Tareas de mediana demanda de razonamiento (grupo de conexiones)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Referidas a situaciones en las que el estudiante debe hacer ligeras adaptaciones o establecer algunas relaciones del contenido aprendido con otros aprendizajes.</li> <li>Son situaciones que se presentan en un contexto algo distinto al contexto en el que se aprendió.</li> <li>Permiten aplicar definiciones, clasificar, identificar elementos o características, problemas rutinarios que demandan establecer ciertas relaciones entre el contenido involucrado</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Martha y Jorge se reúnen para resolver problemas de matemática cada cuatro días. El martes se reunieron. ¿Qué día se volverán a reunir?</li> <li>Observa la secuencia y responde: ¿qué número falta en el recuadro <input type="text"/> ?</li> </ul> 

<p>Tareas de alta demanda de razonamiento (grupo de reflexión)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Referidas a situaciones novedosas y/o complejas en las que se debe producir una transformación o nuevas relaciones de lo aprendido.</li> <li>• Por lo general, se presentan en un contexto a partir del cual el estudiante debe seleccionar la información relevante y trabajar estableciendo nuevas relaciones entre los conceptos o sus representaciones.</li> <li>• Problemas novedosos y complejos que permiten evaluar, proponer alternativas, producir un nuevo objeto, sintetizar, definir y justificar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Observa el cartel.</li> </ul> <div style="border: 1px solid red; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>Junta 10 chapitas y canjéalas por un paquete de galletas.</p> </div> <p>Violeta canjeó 3 paquetes de galletas. Cuántas chapitas juntó?</p> <p><input type="radio"/> a 10 chapitas</p> <p><input type="radio"/> b 13 chapitas</p> <p><input type="radio"/> c 30 chapitas</p>
--	---	--

### 3.9 Ejemplos de secuencias didácticas de aprendizaje

Hemos reconocido los escenarios, la progresión de los conocimientos, las condiciones didácticas y la promoción de las tareas matemáticas. A continuación mostraremos cómo en esta organización de actividades se hace visible el desarrollo de las capacidades matemáticas. Asimismo, presentaremos orientaciones sobre las herramientas y las condiciones asociados a aspectos didácticos que permitan un mejor acercamiento y puesta en práctica del aprendizaje en los estudiantes.

#### ACTIVIDAD 1: Contamos y representamos números

Zoraida, docente de primer grado, desarrolla la siguiente actividad en el marco del proyecto de aprendizaje "Mejoramos nuestros hábitos alimenticios", a partir de la cual, los estudiantes deben construir la noción de número como cardinal y la de valor de posición en el sistema de numeración decimal.

Conocimiento	El número como cardinal
Organización	Grupo clase y en parejas
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explora el uso de los números naturales hasta 20 para contar, medir, ordenar, comparar, leer y escribir a partir de situaciones cotidianas.</li> <li>• Expresa con material concreto, dibujos o símbolos los números naturales hasta 20, a partir de situaciones cotidianas.</li> <li>• Utiliza descomposiciones aditivas y el tablero de valor posicional para expresar los números naturales hasta 20.</li> </ul>

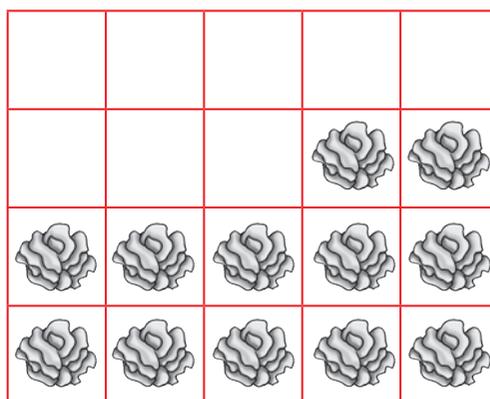
<b>Materiales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material no estructurado: Chapitas, semillas, conchitas, etc.</li> <li>• Material estructurado: regletas de colores, material Base Diez, ábaco.</li> </ul>
<b>Conocimientos previos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La decena</li> </ul>

Zoraida acuerda con sus estudiantes hacer un recorrido por la comunidad para ver qué plantas alimenticias siembran, y si dichos productos son suficientes para cubrir la necesidad de sus habitantes. Para ello, organiza a los estudiantes en parejas e inician el recorrido.

Al llegar al huerto de María observan que ha sembrado diferentes hortalizas (lechugas, rabanitos, zanahoria, coliflor, cebolla, etc.) en un pequeño espacio de su huerto, se detienen y observan la parcela de lechugas.

Para guiar la observación y crear la necesidad de contar, Zoraida hace las siguientes preguntas:

- ¿Qué plantas observan en la huerta?
- ¿Cuáles se pueden contar? ¿Por qué?
- De estas plantas, ¿cuáles sirven para comer?
- ¿Por qué es importante comer hortalizas?, ¿cuántas hay de cada tipo?
- ¿Podemos saber cuántas lechugas sembró María? ¿Cómo?
- Si los espacios vacíos corresponde a las lechugas cosechadas, ¿cuántas lechugas sembró María en su huerta?



Una vez en el aula, Zoraida pide a los estudiantes que dibujen en su cuaderno la parcela de lechugas que observaron, y luego les pregunta: ¿Qué forma tenía la parcela? ¿Cómo estaban sembradas las lechugas? ¿Cuántas lechugas había en cada surco?

A continuación te presentamos el siguiente problema.

Si la familia de María consume una lechuga diaria, ¿para cuántos días alcanzarán las lechugas que sembró María?

## Comprensión del problema

Zoraida invita a los estudiantes a leer el problema junto con ella. Luego genera un espacio de diálogo en el que promueve la participación de todos a través de preguntas que ayudan a comprender el problema. Ejemplo:

- ¿De qué trata el problema?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Qué nos pide averiguar el problema?
- ¿A qué se refiere cuando dice "parcela"? Para ayudar a comprender el significado de esta palabra invita a los estudiantes a leer nuevamente el problema para que a partir del contexto puedan descubrir su significado.
- ¿Por qué habrán espacios vacíos en los surcos de la parcela?
- ¿Nos ayudará saber cuántas lechugas ya fueron cosechadas?

## Diseño o adaptación de una estrategia

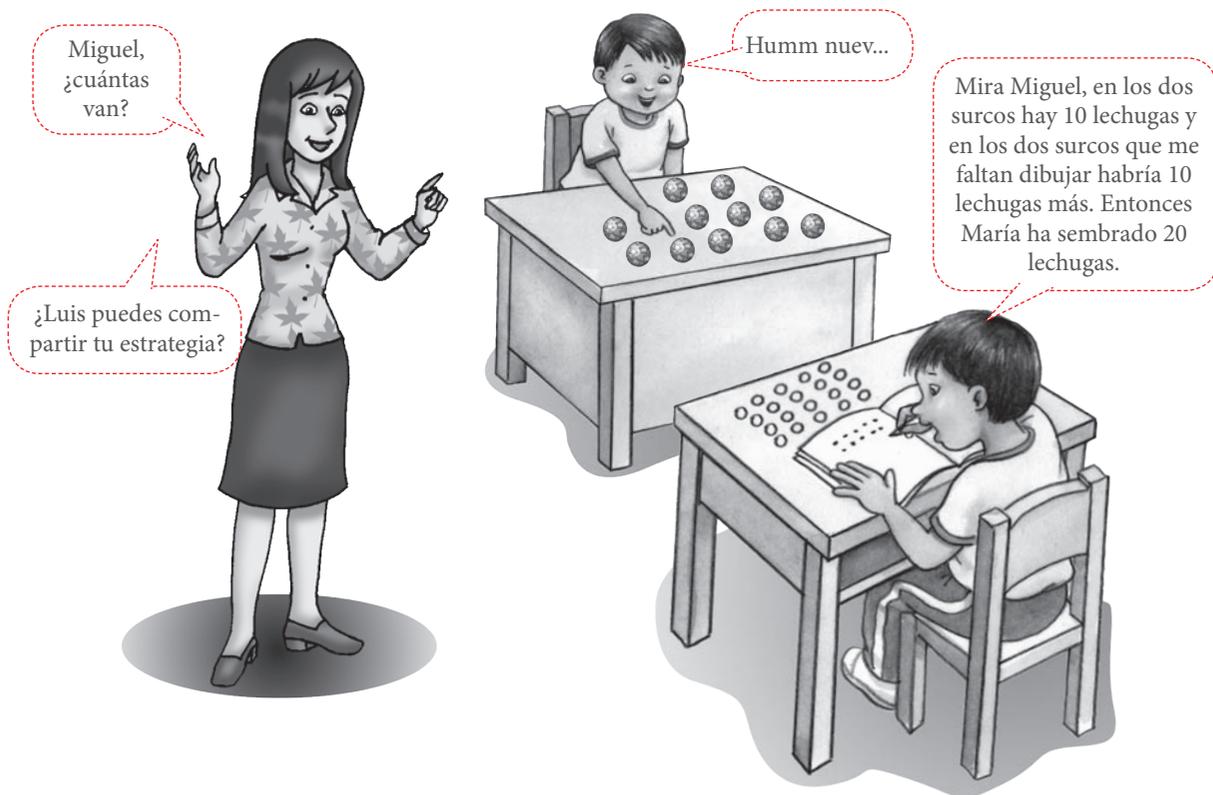
Zoraida incentiva a los estudiantes en la búsqueda de estrategias para solucionar el problema, a través de las siguientes preguntas:

- ¿Qué haremos para resolver el problema?
- ¿Cómo lo haremos?
- ¿Qué haremos primero?
- ¿Qué necesitaremos?

## Ejecución de la estrategia

Zoraida invita a los estudiantes a utilizar los materiales del sector de matemática promoviendo el uso de diversos materiales para que representen la situación y hallen la solución al problema usando diferentes estrategias.





Zoraida acompaña el proceso brindando especial atención a los estudiantes que tienen mayor dificultad, como es el caso de Miguel. Para ello se vale de preguntas como éstas:

- ¿Cuántos surcos debes representar?
- ¿Cuántas lechugas debes representar en cada surco?
- ¿Crees que es necesario utilizar otro tipo de material para representar las lechugas cosechadas?
- ¿Habrá otro camino para hallar la respuesta? ¿Cuál?

### Reflexión sobre el proceso de resolución

La docente invita a los estudiantes que expliquen cómo resolvieron el problema. Para ello se apoya con preguntas como:

- ¿Qué hicieron primero?
- ¿En qué se parece este problema a otros que han resuelto anteriormente?
- ¿Cuántas formas diferentes de representar la respuesta han encontrado?
- ¿Por qué la cantidad de lechugas que sembró, es igual a la cantidad de días que comerá lechuga la familia de María?

Zoraida rescata las diferentes formas de representar los números a partir de lo mostrado por los estudiantes y los representa en la pizarra. Luego pregunta, ¿cómo se expresa en cada caso las cantidades representadas, utilizando las cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 o 9?

Representación de la cantidad de lechugas que sembró María.

Con material concreto			
En unidades	Mediante composición aditiva	En unidades y decenas	Con combinación aditiva
20	$10 + 10$	1D 10U	$8 + 12$

Con material concreto		Con gráficos
Con descomposición aditiva	En unidades y decenas	En unidades y decenas
$12 + 8$	2D	20

Entonces:

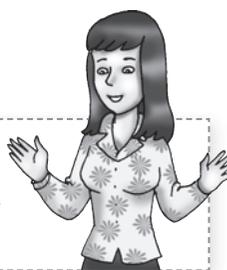
$$20 = 10 + 10 = 1D 10U = 8 + 12 = 12 + 8 = 2D$$

A partir de estas representaciones y lo dicho por los estudiantes, Zoraida les recuerda que una colección con diez objetos forman una decena y que un número se puede representar de diferentes formas usando material concreto, representaciones gráficas y expresiones simbólicas. Luego, les pide que pregunten a sus padres qué alimentos se pueden comprar en unidades sueltas o en paquetes de diez.

La resolución de problemas implica tener tiempo para pensar y explorar, cometer errores, descubrirlos y volver a empezar.

## Recuerda

En una actividad, las capacidades aparecen en forma natural, sin un orden preestablecido.



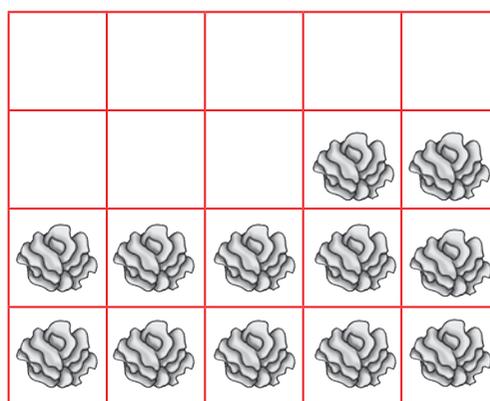
## Análisis de la actividad 1: Contamos y representamos números

### 1. **Matematiza situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos**

#### Desde una actividad vivencial del entorno

Por ejemplo, en la actividad presentada, observamos que Zoraida orienta la matematización cuando guía la observación de la parcela y genera la necesidad para que los estudiantes puedan contar. Para ello realiza las siguientes preguntas:

- ¿Qué plantas observan en la huerta?
- ¿Cuáles se pueden contar? ¿Por qué?
- De estas plantas, ¿cuáles se pueden comer?
- ¿Cuántas plantas hay de cada clase?
- ¿Podemos saber cuántas lechugas sembró María? ¿Cómo?
- Si los espacios vacíos corresponde a las lechugas cosechadas, ¿cuántas lechugas sembró María?



Además, cuando presenta el problema a partir de la situación.

Si la familia de María consume una lechuga diaria ¿Para cuántos días alcanzarán las lechugas que sembró María?

#### Desde situaciones de juego

Por ejemplo: El juego de canicas.

El juego de las canicas se realiza con dos o más participantes. Establecen turnos de tiro y el punto de partida. En la primera ronda, todos tiran su canica desde el punto de partida y, a excepción del primer jugador, cada uno al momento de tirar tratará de tocar con su canica la del compañero. Si logra tocarla, el dueño de la canica le pagará con una canica. Así, sucesivamente se repite el juego, en el que cada uno busca ganar la mayor cantidad de canicas. Cuando termina el juego, todos querrán saber con cuántas canicas se quedaron y saber si perdieron o ganaron.

### Ejemplo:

José es uno de los niños que participó del juego. Antes del recreo tenía 5 canicas y después del recreo tiene todas las canicas que se observa en la imagen.

Ayudemos a José a contar las canicas que tiene.



La docente pregunta: ¿José ganó o perdió canicas? ¿Por qué? ¿Cuántas ganó? ¿Cómo lo podemos averiguar? Luego, ayuda a los estudiantes a formular la pregunta a partir de esta situación.

### Desde situaciones propias del aula

Por ejemplo: El control de asistencia.

Cuando la docente pide a un estudiante que pase lista de asistencia, para saber cuántos estudiantes han asistido, le indica que marque con un check (✓) si está presente el estudiante y con un palote (|) si no está.

Asistencia de estudiantes					
Nombres	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Justo	✓	✓	✓		✓
Edith	✓		✓	✓	✓
Julio		✓	✓	✓	✓
Karito	✓	✓	✓		
Gaby	✓				✓
Sonia	✓	✓	✓	✓	✓
José	✓	✓	✓		

Luego, pide a los estudiantes plantear preguntas cuyas respuestas les demande contar: ¿Quiénes tienen más inasistencias? ¿Qué días asistieron más estudiantes? ¿Qué días asistieron menos?

## Apoyados en materiales gráficos

Por ejemplo: a partir de una boleta de venta.

La docente presenta a los estudiantes una boleta de venta, cuya antigüedad no sea más de veinte días y pide que la observen.

# LIBRERÍA “EL AMIGO”

R.U.C: 10100976167

**BOLETA**

001 - N° 0287140

Señor (a) : WILLIAM SOTO

Dirección: Mz 54 Lt 6 La Solidaridad. SJM

R.U.C : 10100976167 Lima 15 de mayo de 2013

CANTIDAD	DESCRIPCIÓN	P. UNITARIO	IMPORTE
6	cuadernos	-	S/.24
8	lapiceros	-	S/. 4
9	fólderes	-	S/.36
5	cartucheras	-	S/.40
TOTAL			S/.104

ADQUIRIENTE O USUARIO

Luego, hace preguntas de exploración sobre el contenido de la misma. Por ejemplo: ¿Cuántos cuadernos compró el señor William Soto?, ¿cuántos lapiceros? ¿Cuándo hizo sus compras? ¿Crees que es importante reclamar tu boleta de venta al comprar?, etc.

A partir de esta situación, propone el siguiente problema: ¿cuántos días han transcurrido desde el día que realizó su compra el señor William Soto hasta la fecha?

## 2. Representa situaciones que involucran cantidades y magnitudes

En la actividad desarrollada, Zoraida orienta la representación de un número en diferentes formas:

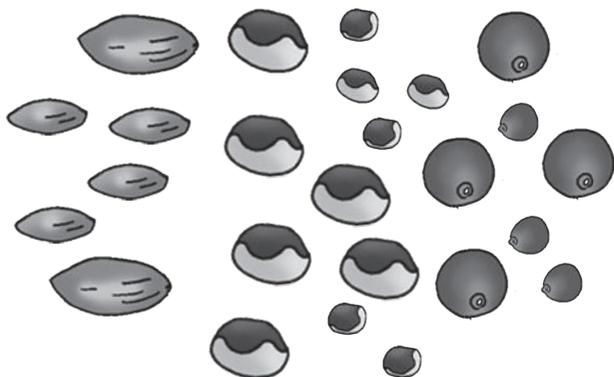
**Primero:** cuando al retornar al aula pide que dibujen la parcela de lechugas que observaron teniendo en cuenta la forma de la parcela y la distribución de las plantas.

**Segundo:** Cuando orienta a los estudiantes a elegir material concreto para representar la situación y hallar la respuesta, asimismo, cuando durante el proceso motiva a los estudiantes para que realicen diferentes representaciones con preguntas como: ¿la forma cómo has colocado las semillas te ayuda para contar?, etc.

Representa con materiales no estructurados	Representa con material estructurado	Representa con un dibujo
<p>Primero representemos las lechugas que faltan cosechar.</p> <p>En dos surcos hay 10, en otros dos hay 10 más.</p>	<p>Estas regletas son como las lechugas que faltan cosechar.</p> <p>Sí, porque cada regleta amarilla vale 5 y la roja vale 2, pero faltan... Son 4 surcos.</p>	<p>Mira Miguel, en los dos surcos hay 10 lechugas y en los dos surcos que me faltan dibujar habría 10 lechugas más. Entonces María ha sembrado 20 lechugas.</p>

### Representaciones apoyadas en tablas simples y de doble entrada

Por ejemplo: Miriam tiene semillas de huairuros, choloques y tahuas grandes y pequeños. Para mostrar cuántos tiene de cada clase y tamaño utiliza tablas simples.

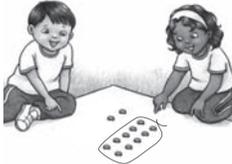
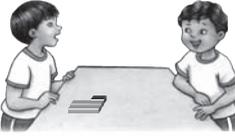
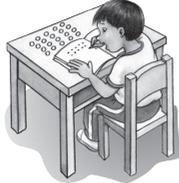
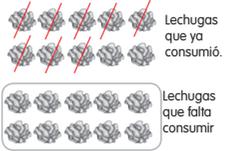


Clases de semilla	Cantidad
Huairuro	
Tahua	
Choloque	
Total	

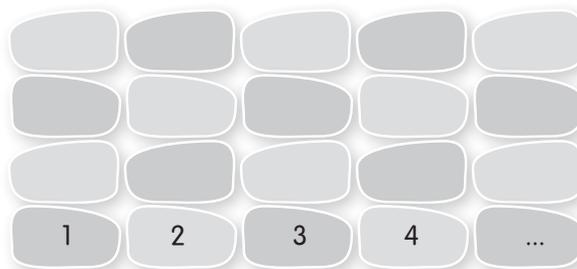
Tamaño	Cantidad
Grandes	12
Pequeñas	
Total	

### 3. Elabora diversas estrategias de resolución haciendo uso de los números y sus operaciones

En la actividad observamos que Zoraida permite a los estudiantes usar el material concreto y deja que lo exploren. Ella quiere que busquen sus propias estrategias de conteo para hallar la cantidad de lechugas y saber para cuántos días tendrá lechuga la familia de María. Dentro de estas estrategias tenemos:

Recuento	Formación de grupo de 10	Combinación aditiva	Formación de un campo ordenado	Formación de grupos de 10 y tachado
				
Señala un objeto y dice el número que le corresponde sin tener en cuenta la posición que ocupa; la acción de señalar se puede reemplazar por trasladar el objeto del grupo a otro lado.	Forma grupos de 10, luego cuenta de diez en diez.	Usa las regletas considerando el valor numérico, los combina y suma los valores.	Usa gráficos para facilitar el conteo de los elementos de la situación.	Usa gráficos para representar la cantidad inicial y tacha algunos de acuerdo a la situación.

Otra estrategia para resolver este problema es realizar un diagrama de la situación y escribir un número en cada objeto:



### 4. Utiliza expresiones simbólicas técnicas y formales de los números y las operaciones en la resolución de problemas

Zoraida orienta el uso de expresiones simbólicas, técnicas y formales cuando rescata las diferentes formas de representar los números a partir de lo mostrado por los estudiantes y los representa en la pizarra, con apoyo de la pregunta, ¿cómo se expresan en cada caso las cantidades representadas utilizando las cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 o 9? y completa la tabla con el aporte de los estudiantes.

La cantidad de lechugas que sembró María es igual a la cantidad de días que su familia consumirá lechuga.

Entonces:  $20 = 10 + 10 = 10 + 10 = 8 + 12 = 12 + 8 = 20$

## 5. Comunica situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos

En el ejemplo, observamos que Zoraida promueve la comunicación en todo el desarrollo de la actividad a través de preguntas que desencadenan la participación activa de los estudiantes y la comunicación horizontal, pone especial énfasis en las cuatro fases de la resolución de problemas:

- ¿Qué plantas observan en la huerta?
- ¿Cuáles se pueden contar? ¿Por qué?
- De estas plantas, ¿cuáles se pueden comer?
- ¿Por qué es importante comer hortalizas?, ¿cuántas hay de cada una?
- ¿Podemos saber cuántas lechugas sembró María? ¿Cómo?
- Si los espacios vacíos corresponden a las lechugas cosechadas, ¿cuántas lechugas sembró María?

## 6. Argumenta el uso de los números y sus operaciones

En la actividad presentada, Zoraida promueve la argumentación en el proceso de resolución de problemas con especial énfasis en la fase de reflexión cuando pregunta, ¿por qué la cantidad de lechugas que sembró, es igual a la cantidad de días que comerá lechuga la familia de María? Zoraida promueve que los estudiantes relacionen y expliquen; si cada día comen una lechuga, en dos días comerán dos lechugas; entonces, la cantidad de días que comen lechugas es igual a la cantidad de lechugas que María ha sembrado.

Pero también se puede preguntar: ¿Tu solución al problema es la correcta? ¿Por qué?, con el propósito de que el estudiante pueda argumentar mediante la comprobación utilizando otras estrategias o propiedades.

Ejemplo: Mi solución es correcta porque 12 lechugas que faltan recoger más 8 que ya recogieron son 20 lechugas.

$$12 + 8 = 20$$

También pueden decir: porque había 4 surcos y en cada surco había 5 lechugas.

$$5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

## ACTIVIDAD 2: Encontramos soluciones

Javier, es docente de primer y segundo grado y realizará la siguiente actividad para que los estudiantes encuentren soluciones a problemas aditivos. Esta actividad está planificada como parte del proyecto productivo de la Institución Educativa “Crianza de animales menores”, un proyecto para captar recursos propios que permita pagar el servicio de agua de la escuela y, a la vez, mostrar la ganadería como una opción laboral. Los estudiantes deben averiguar sobre la alimentación y lo que produce cada clase de animal.

	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO
<b>Conocimiento</b>	Adición como acciones de juntar	Adición-sustracción
<b>Organización</b>	Grupo clase y pequeños grupos	
<b>Indicadores</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe en situaciones cotidianas las acciones de juntar, agregar-quitar, avanzar-retroceder de números naturales con resultados hasta 20.</li> <li>Formula el enunciado de problemas cotidianos que implican acciones de juntar, agregar-quitar, avanzar-retroceder, doble y triple, con cantidades hasta 20, con apoyo de material concreto o gráfico.</li> <li>Dice con sus palabras lo que comprende al escuchar o leer enunciados de problemas cotidianos con resultados hasta 20, presentados en diferentes formatos (gráficos y cuadros, y en forma escrita y verbal).</li> <li>Utiliza diversas estrategias de conteo, cálculo escrito, mental y de estimación para resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 1,2; combinación 1 y doble) con resultados hasta 20.</li> <li>Expresa con material concreto, gráfico y simbólico problemas de contexto cotidiano (cambio 1,2; combinación 1 y doble) con números naturales hasta 20.</li> <li>Comprueba y explica los procedimientos usados al resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 1,2; y combinación 1 y doble) con números naturales hasta 20, con apoyo de material concreto o gráfico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe en situaciones cotidianas las acciones de juntar-separar, agregar-quitar, avanzar-retroceder de números naturales con resultados hasta 100.</li> <li>Formula el enunciado de problemas cotidianos que implican acciones de juntar-separar, agregar-quitar, avanzar-retroceder, doble, mitad y triple, con cantidades hasta 100, con soporte de material concreto y gráfico.</li> <li>Dice con sus palabras lo que comprende al leer y escuchar enunciados de problemas cotidianos con resultados hasta 100, presentados en diferentes formatos (gráficos, cuadros, esquemas, y en forma escrita y verbal).</li> <li>Utiliza diversas estrategias de conteo, cálculo escrito, mental y de estimación para resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con resultados hasta 100.</li> <li>Expresa con material concreto, gráfico y simbólico problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con números naturales hasta 100.</li> <li>Comprueba y explica los procedimientos usados al resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con números naturales hasta 100, con apoyo de material concreto o gráfico.</li> </ul>

<b>Materiales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material no estructurado: chapitas, semillas, etc.</li> <li>• Material estructurado: regletas de colores, material Base Diez, ábaco, tarjetas con los números del cero al nueve.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material no estructurado: chapitas, semillas, etc.</li> <li>• Material estructurado: regletas de colores, material Base Diez, ábaco.</li> </ul>
<b>Conocimientos previos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La decena</li> </ul>	

Javier dialoga con sus estudiantes sobre la necesidad de visitar un lugar donde podamos averiguar sobre la vida de estos animales y lo que producen. En consenso, seleccionan el lugar a ser visitado: una granja.



Javier sigue haciéndoles preguntas como éstas: ¿A quién vamos a pedir permiso? ¿Qué le vamos a decir? ¿Qué vamos a averiguar en la granja? ¿Dónde registraremos la información?, etc. Seguramente, las repuestas nos llevarán a formular otras preguntas, elaborar una ficha para registrar la información y también a organizarnos y cumplir normas en la visita, entre otros detalles. Al formular las preguntas y elaborar la ficha se debe seguir el proceso de producción de textos: un aprendizaje importante del área de Comunicación.

El día de la visita, Javier organiza los grupos de trabajo (considerando que los integrantes de cada grupo sean del mismo grado) y a cada uno les asigna la responsabilidad de recoger la información sobre algo específico. Por ejemplo, un grupo debe registrar la cantidad de aves de corral; otro grupo, la cantidad de alimentos que consumen los animales por día (en bolsas, kilos, tazones, bateas), etc. Puede usarse una ficha como la que presentamos a continuación. Ahí escriben el número, según la cantidad de animales, alimento que consumen o lo que producen.

CANTIDAD DE ANIMALES	
Lo que observamos	Datos recogidos (cantidad)
Gallinas	
Patos	
Pavos	
Vacas	
Caballos	

ALIMENTACIÓN		
Lo que observamos	¿De qué se alimentan?	¿Qué cantidad de alimento consumen cada día (en bolsas, kilogramos, tazones, bateas, etc.)?
Gallinas		
Patos		
Pavos		
Vacas		
Caballos		

PRODUCCIÓN		
Lo que observamos	¿Qué producen (huevos, leche, etc.)?	¿Qué cantidad diaria?
Gallinas		
Patos		
Pavos		
Vacas		
Caballos		

Una vez en la granja, se presentan ante el dueño de ésta, explican el motivo de la visita y de acuerdo a lo organizado, hacen las preguntas necesarias. Cada grupo registra la información que le corresponde en su ficha.



Al retornar al aula, Javier dialoga con los estudiantes sobre la visita realizada, sobre sus preferencias y emociones; asimismo, realiza las siguientes preguntas: ¿Qué observaron en la granja? ¿Cuántos animales de cada clase hay? ¿De qué se alimentan? ¿Qué producen las vacas? ¿Qué cantidad diaria? La finalidad es que los estudiantes den respuestas apoyándose en la información que registraron en su ficha y que todos los datos queden allí registrados. Por ejemplo:

		PRODUCCIÓN		ALIMENTACIÓN	
Lo que observamos	¿Cuántos hay?	¿Qué producen? (huevos, leche, etc.)	¿Qué cantidad diaria?	¿De qué se alimentan?	¿Qué cantidad diaria?
Gallinas					
Patos					
Pavos					
Vacas					
Caballos					
Monos					

Luego, distribuye a cada grupo el material concreto y las tarjetas con los números del 0 al 9 e indica que representen las cantidades de animales que observaron en la granja, guiándose con los datos de la ficha. Por ejemplo, la cantidad de caballos, la cantidad de huevos recogidos en un día, la cantidad de monos, etc., y les indica que, al lado de cada colección, coloquen una tarjeta, o dos tarjetas si es necesario, para indicar cuántos son. Al señalar los animales, también se mencionó aquellos que no vieron en la granja, con el propósito de que los estudiantes analicen cómo se representa la ausencia de cantidad.



Javier, acompaña el proceso observando si las representaciones que hacen los estudiantes coinciden con los datos que están en la ficha y les propone representar la misma cantidad de una manera diferente, con el mismo material empleado.

Con la información que tiene registrada en la ficha, plantea un problema para cada grado

Primer grado	Segundo grado
¿Cuántas aves hay en la granja?	¿Cuántos caballos menos (o más, según el caso) que gallinas hay en la granja?

### Comprensión del problema

Javier invita a los estudiantes a leer el problema de manera participativa, en forma pausada. Luego, hace preguntas para ayudar a comprender el problema. Ejemplo:

- ¿De qué trata la situación?
- ¿Qué vamos a averiguar?
- ¿La cantidad que buscamos será mayor que las cantidades que conocemos?
- ¿Qué caracteriza a las aves?

### Diseño o adaptación de una estrategia

Javier hace las siguientes preguntas: ¿Qué haremos para resolver el problema? ¿Qué haremos primero? ¿Qué necesitamos para el problema?

### Ejecución de la estrategia

Los estudiantes eligen el material de su preferencia para representar el problema.

Primer grado:

Gallinas	Patos	Pavos
8	6	6

Segundo grado:

Animales	Cantidad representada con material concreto	Cantidad representada de manera simbólica
Caballos		13
Gallinas		8

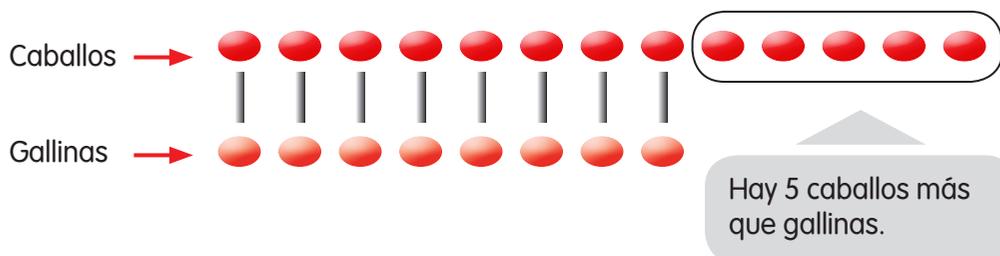
Javier pregunta: ¿Las representaciones que hicieron, ayudarán a resolver el problema? ¿Podemos representarlo de otra manera? Se espera que los estudiantes encuentren diversas estrategias para resolver el problema propuesto.

Primer grado:

Juntan la cantidad de gallinas, pavos y patos	Agrupan de 10 en 10
$8 + 6 + 6$	20 aves

Segundo grado:

Lo representan con unidades. Esto les permitirá aplicar, como estrategia, la comparación utilizando la correspondencia uno a uno y encontrar la diferencia. Otros grupos pueden hacerlo completando lo que le falta para igualar a la otra cantidad o separando de la cantidad mayor la cantidad menor, etc.



El docente acompaña el proceso en cada grupo, formulando preguntas, como por ejemplo: ¿Qué están haciendo? ¿Por qué? Con el propósito de que los estudiantes expliquen los procedimientos realizados y la respuesta al problema, o de ayudarles a revisar sus procedimientos y descubrir el error si lo hubiera.

Luego, el docente pide que representen lo que hicieron para hallar la respuesta con una operación.

Rosita lo hizo así:  $8 + 5 = 13$ , y explica: porque lo hice agregando a 8 de 1 en 1, hasta llegar a 13.

Jorge lo hizo así:  $13 - 8 = 5$ , y explica: porque, primero, representé la cantidad de gallinas y de ahí separé la cantidad que representa a los caballos.

### Reflexión sobre el proceso de resolución

Javier hace preguntas ¿La cantidad total de aves que has obtenido es mayor o menor que la cantidad de gallinas? ¿Y la cantidad de patos? ¿Y la cantidad de pavos? ¿Por qué?

Pide a cada grupo que expliquen a todos sus compañeros los procedimientos que realizaron y la respuesta a la que llegaron. Por ejemplo:

La cantidad de aves es mayor que la cantidad de gallinas, porque 8 gallinas más 6 patos son 14 y si agrego 6 pavos ya son 20 aves en total. Lo que al ser expresado con operaciones queda así:

$$8 + 6 = 14 \quad \text{y} \quad 14 + 6 = 20$$

Luego, Javier hace preguntas vinculadas al proyecto y que orientarán a los estudiantes a tomar decisiones.

- ¿De qué se alimentan los caballos? ¿Qué nos dan las aves?
- ¿En qué animales gasta más el granjero para darles de comer? ¿Por qué?
- ¿Qué animal creen que genera mayor utilidad al granjero? ¿Por qué?
- ¿Qué animales podemos criar en nuestra escuela? ¿Por qué?
- ¿Podemos criar vacas en nuestra escuela? ¿Por qué?

La resolución de problemas implica tener tiempo para pensar y explorar, cometer errores, descubrirlos y volver a empezar.

## Análisis de la actividad 2: Encontramos soluciones

### 1. **Matematiza situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos**

#### Desde un proyecto

Por ejemplo, en la actividad presentada, Javier orienta la matematización cuando les pide a sus estudiantes que durante la visita a la granja registren datos numéricos en la ficha. Para ello, pregunta: ¿Qué vamos averiguar en la granja? ¿Qué tipo de animales hay? ¿Cuántos de cada clase? ¿Qué comen diariamente?, ¿cuánto? ¿Qué producen? ¿Cuánto?

También orienta la matematización, cuando a partir de la información registrada en las fichas, propone las preguntas a ser respondidas por cada grado.

Primer grado	Segundo grado
¿Cuántas aves hay en la granja?	¿Cuántos caballos menos (o más, según el caso) que gallinas hay en la granja?

#### Desde situaciones de juego

Por ejemplo: el juego “Estamos de oferta”

Consiste en jugar a la tienda, en grupos de tres participantes cada uno, más un dueño. Cada grupo recibe el equivalente a S/. 99 en nueve decenas y nueve unidades del material Base Diez y los colocan en su cartilla. El que hace de dueño de la tienda dice pregones explicando verbalmente la rebaja en el precio que se pueda restar sin hacer canjes: “Caserita, llévate la caja de plumones que costaba quince soles a solo doce soles”. Cada grupo retira de su cartilla el material que representa el precio del producto. Según el ejemplo, deben retirar una decena y 2 unidades. Un representante del grupo va rápidamente a la tienda a comprar el producto. Antes de recoger el producto debe decir cuánto dinero le queda. Gana el grupo que logre comprar más productos.

En este juego la matematización se da cuando el dueño de la tienda presenta la oferta “Caserita, case-rita llévate la caja de plumones que antes costaba quince soles y hoy solo a doce soles”.

#### Desde situaciones presentadas en material gráfico

Por ejemplo: a partir de la información presentada en revistas.

El docente orienta la observación a través de preguntas: ¿Qué observan? ¿Qué indican las cantidades?

¿Cómo podemos formular un problema utilizando dos cantidades de las que se observan en la imagen?

El docente escribe el problema que los estudiantes dictan, por ejemplo: Si compramos una torta y un filete de pavo, ¿cuánto debemos pagar?



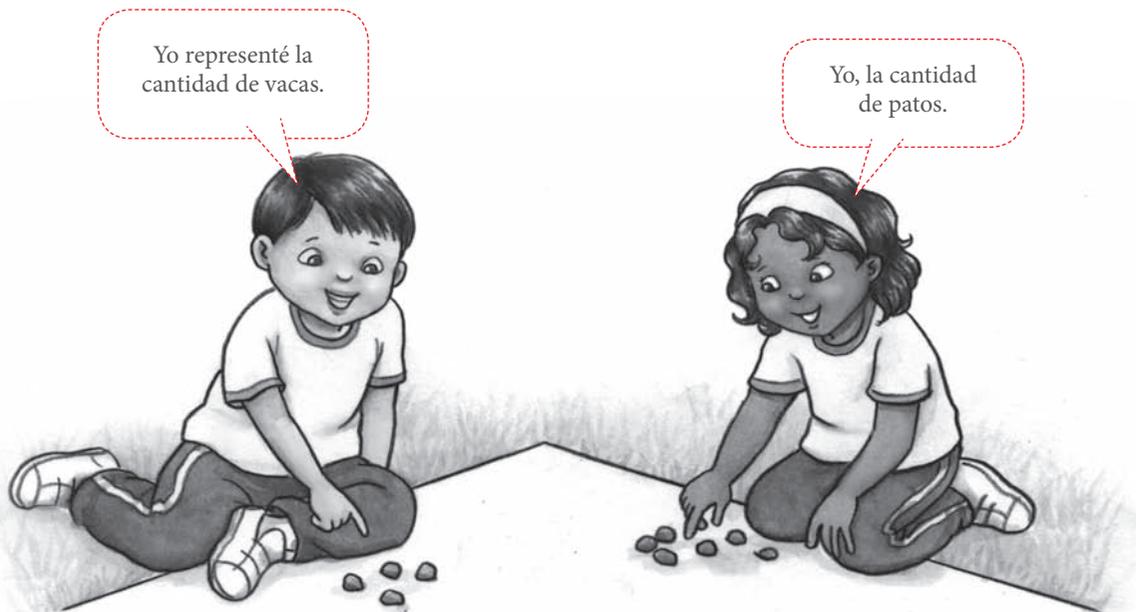
## 2. Representa situaciones que involucran cantidades y magnitudes

En la actividad, el docente orienta la representación de la siguiente manera:

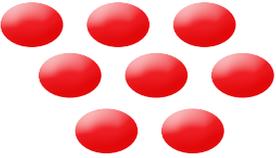
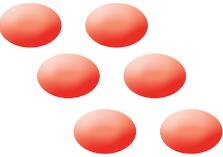
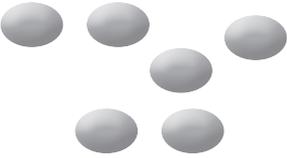
A cada grupo, le asigna la responsabilidad de recoger la información sobre algo específico. Por ejemplo: un grupo registra la cantidad de aves de corral; otro grupo, la cantidad de alimentos que consumen los animales por día (en bolsas, kilos, tazones, bateas), etc. Para ello, usan una ficha como la que presentamos a continuación.

ALIMENTACIÓN		
Lo que observamos	¿Qué alimento se les da?	¿Qué cantidad de alimento consumen cada día (en bolsas, kilogramos, tazones, bateas, etc.)?
Gallinas		
Patos		
Pavos		
Vacas		
Caballos		

Cuando distribuye a los grupos el material concreto y las tarjetas con los números del 0 al 9, indica que representen las cantidades de animales observados en la granja, teniendo en cuenta los datos de la ficha. Por ejemplo, la cantidad de caballos, la cantidad de huevos recogidos en un día, etc.



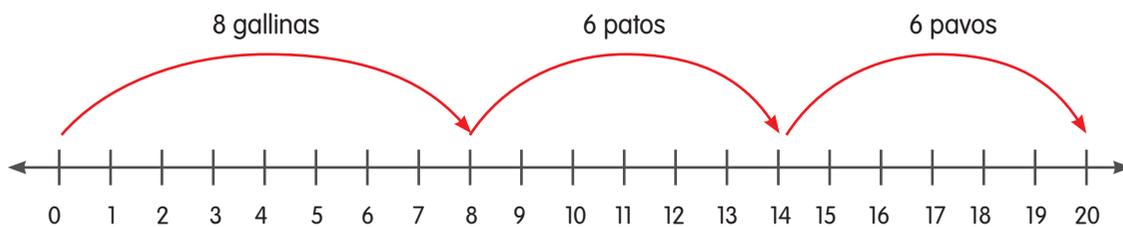
Y también durante la ejecución de la estrategia, cuando pregunta: ¿Cómo podemos representar el problema con los materiales que tenemos?, y los estudiantes lo hacen usando el material concreto y mediante símbolos.

Gallinas	Patos	Pavos
		
8	6	6

$$8 + 6 + 6 = 20$$

### Representaciones apoyadas en la recta numérica

Por ejemplo: ¿Cuántos animales hay en la granja?



### 3. Elabora diversas estrategias de resolución haciendo uso de los números y sus operaciones

Javier promueve la elaboración de estrategias a través de la pregunta: ¿Qué haremos para encontrar la respuesta?

Los estudiantes realizan simulaciones con material concreto y recrean la situación para resolver el problema.

Realizan simulaciones		
Conteo	Correspondencia uno a uno	Descomposición aditiva
	Caballos →  Gallinas → 	Caballos   Gallinas 

## Otras estrategias para resolver problemas aditivos

Completando a la decena	Descomponiendo en decenas y unidades
 <p>Son 7 soles de los jugos y 5 soles de los panes con chicharrón.</p> <p>¿Seguro? ¿Cómo lo hiciste?</p> <p>Son 12 soles.</p> <p>¡Fácil! 5 se puede descomponer en 3 y 2, por tanto, primero le sume a 7 los 3 y llegué a 10: luego agregué los 2 que me faltaban.</p>	 <p>Tu vuelto es...</p> <p>Cóbrese los 12 soles del billete de 20.</p> <p>Son 8 soles.</p> <p>¿Cómo lo sabes?</p> <p>Es que 12 y 8 suman 20.</p>
<p>La estrategia consiste en completar la decena a partir de siete y luego agrega las dos unidades que faltan.</p>	<p>La estrategia que utilizó el niño consiste en descomponer el veinte en doce más ocho.</p>

Con descomposiciones en decenas y unidades	Realizando una simulación								
 <p>Señor Juan, ¿cuántos ladrillos colocan en un día?</p> <p>Por la mañana colocamos 57 ladrillos y por la tarde, 42 ladrillos.</p> <p>¡Ah! ¡Ya sé! Colocan 99 ladrillos en un día.</p> <p>Pablo explica cómo halló la respuesta tan rápido:</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>57 ladrillos es igual a</td> <td><math>50 + 7</math></td> </tr> <tr> <td>42 ladrillos es igual a</td> <td><math>40 + 2</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><hr style="width: 50px; margin-left: 0;"/></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>90 + 9</math></td> </tr> </table>	57 ladrillos es igual a	$50 + 7$	42 ladrillos es igual a	$40 + 2$		<hr style="width: 50px; margin-left: 0;"/>		$90 + 9$	 <p>¡Benito! De estas 5 naranjas, 3 son para ti y las que sobran son para Carlos.</p> <p>Gracias Ángel. 3 son para mí, el resto es para Carlos.</p> <p>Para mí son 2. Porque <math>5 - 3 = 2</math></p>
57 ladrillos es igual a	$50 + 7$								
42 ladrillos es igual a	$40 + 2$								
	<hr style="width: 50px; margin-left: 0;"/>								
	$90 + 9$								
<p>Consiste en descomponer los sumandos en decenas y unidades, luego sumar por separado las cantidades de cada orden y finalmente hallar la suma total. Similar procedimiento se puede realizar en la sustracción.</p>	<p>El primer participante entrega todo al segundo, quién se queda con lo que le corresponde y lo que sobra lo pasa al tercero.</p>								

#### 4. Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales de los números y las operaciones

En la actividad, Javier orienta el uso de expresiones simbólicas, técnicas y formales, cuando pide que representen lo que hicieron para hallar la respuesta con una operación.

Rosita lo hizo así:  $8 + 5 = 13$  y explica: lo hice agregando a 8 de 1 en 1, hasta llegar a 13.

Jorge lo hizo así:  $13 - 8 = 5$  y explica: Primero representé la cantidad de caballos y de ahí separé la cantidad que representa a las gallinas.

#### 5. Comunica situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos

Javier promueve el desarrollo de la capacidad de comunicación, cuando:

- Dialoga con sus estudiantes sobre la necesidad de realizar una visita a un lugar en el que les permita averiguar sobre la vida y lo que producen los animales y, en consenso, seleccionan el lugar a ser visitado; en este caso, la granja.
- Elaboran las preguntas para la entrevista.
- Realizan las preguntas al dueño de la granja.
- En el aula, les pregunta: ¿Qué se observó en la granja? ¿Cuántos animales de cada clase hubo? ¿De qué se alimentan estos animales? ¿Qué producen las vacas? ¿Cuánto cada día?, etc.
- En el proceso de resolución de problemas, pregunta:
  - ¿De qué trata la situación? ¿La cantidad que buscamos será mayor que las cantidades que conocemos?, etc.
  - ¿Qué haremos para encontrar la respuesta?
  - ¿La cantidad total de aves que encontraron es mayor que la cantidad de gallinas? ¿De qué se alimentan los caballos?, entre otras.

## 6. Argumenta el uso de los números y sus operaciones

Javier orienta la argumentación cuando pregunta a los estudiantes de primer grado: ¿Qué caracteriza a las aves? ¿La cantidad total de aves que has obtenido es mayor o menor que la cantidad de gallinas?, ¿que la cantidad de patos?, ¿que la cantidad de pavos? ¿Por qué?

Javier espera que los estudiantes expliquen, así por ejemplo:

La cantidad de aves es mayor que la cantidad de gallinas, porque 8 gallinas más 6 patos son 14 y si luego agrego 6 pavos, ya son 20 aves en total. Lo que al ser expresado con una operación queda así:

$$8 + 6 = 14 \quad \text{y} \quad 14 + 6 = 20$$

En el caso de segundo grado, Javier orienta la argumentación cuando pide que representen lo que hicieron para hallar la respuesta al problema con una operación y que lo expliquen.

Rosita lo hizo así:  $8 + 5 = 13$ , porque lo hice agregando a 8 de 1 en 1, hasta llegar a 13.

Jorge lo hizo así:  $13 - 8 = 5$ , porque primero representé a la cantidad de caballos y de ahí separó la cantidad que representa a las gallinas.

Javier también promueve la argumentación matemática cuando hace preguntas vinculadas al proyecto, con el propósito de orientar a los estudiantes a tomar decisiones pertinentes.

- ¿En qué animales gasta más el granjero para darles de comer? ¿Por qué?
- ¿Qué animal creen que genera mayor utilidad al granjero? ¿Por qué?
- ¿Qué animales podemos criar en nuestra escuela? ¿Por qué?
- ¿Podemos criar vacas en nuestra escuela? ¿Por qué?

La resolución de problemas implica tener tiempo para pensar, explorar, cometer errores, descubrirlos y volver a empezar.

### ACTIVIDAD 3: Construimos torres de papel

Como parte del proyecto denominado "Implementación del sector de Matemática", se tiene la necesidad de ordenar los materiales, entre ellos, los tubos de cartón recolectados por los estudiantes. Para ello, Zoraida, planifica una actividad experimental, la misma que tiene como propósito desarrollar la noción de secuencias numéricas.

Conocimiento	Patrones aditivos
Organización	Grupo clase y pequeños grupos
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"><li>• Continúa y describe secuencias numéricas ascendentes hasta de 2 en 2 y descendentes de 1 en 1 con números naturales hasta 20, a partir diversos contextos.</li><li>• Propone secuencias numéricas ascendentes hasta de 2 en 2 y descendentes de 1 en 1, partiendo de cualquier número, en situaciones de diversos contextos.</li></ul>
Materiales	<ul style="list-style-type: none"><li>• 60 tubos de cartón, cinta masking tape, limpiatipos, taps o monedas, papel cuadriculado.</li></ul>
Conocimientos previos	<ul style="list-style-type: none"><li>• Patrones de repetición con un criterio perceptual (color, tamaño, textura, grosor, forma, etc.).</li></ul>

Zoraida dialoga con los estudiantes sobre la necesidad de ordenar los materiales en el aula de clase, para ello pregunta:

- ¿Cómo están distribuidos los materiales del sector de matemática?
- ¿Es importante ordenar tus materiales? ¿Por qué?

Luego, les plantea realizar la siguiente actividad:



### Comprensión del problema

La docente organiza a los estudiantes en grupos de trabajo y les pregunta:

- ¿Qué tenemos que hacer?
- ¿Cómo lo podemos hacer?
- ¿Alguna vez has agrupado tubos u otros objetos similares?

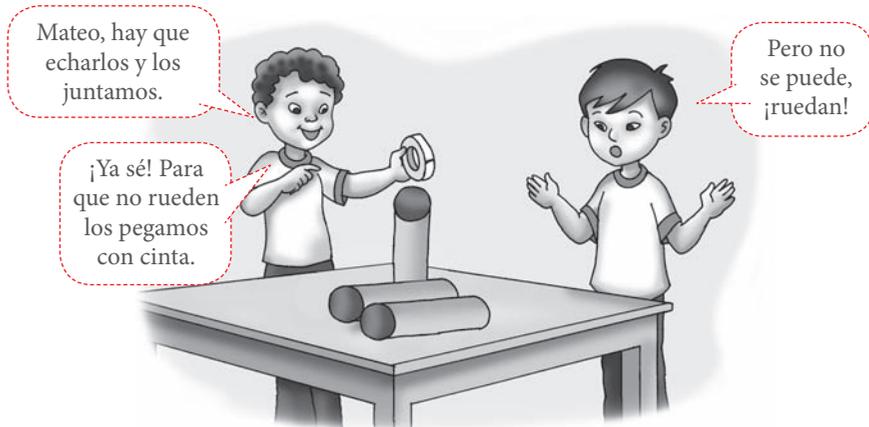
La docente les facilita limpiatipos, cinta adhesiva, etc., indicándoles que pueden usarlos para evitar que los tubos rueden.

### Diseño o adaptación de una estrategia

Los estudiantes organizados se dirigen al sector matemática, seleccionan quince tubos de cartón. La docente les invita a manipular y explorar el material, para ello, indica lo siguiente:

- Coloca los tubos sobre la mesa y ensaya ordenarlos de diferentes formas; explica lo que sucede.
- Comenta con tu grupo, ¿cómo hacer para que los tubos no rueden?

Zoraida propone a los estudiantes agrupar los 15 tubos y realiza las preguntas:  
¿De qué manera podemos agrupar los tubos? ¿Cómo lo haremos?

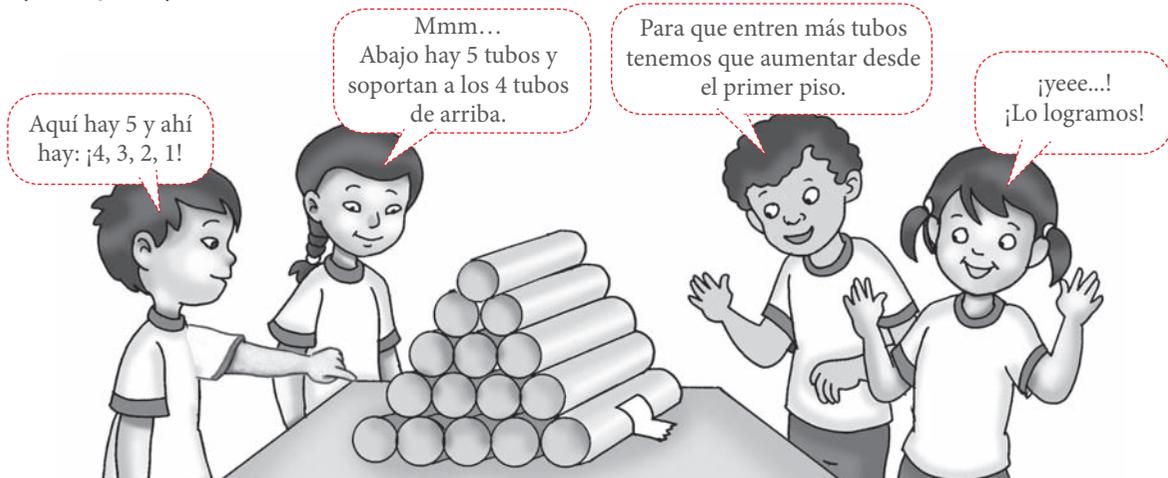


Zoraida orienta a los estudiantes para que observen las construcciones hechas en los diferentes grupos y realiza las siguientes preguntas:

- ¿Qué observan en las construcciones realizadas?, ¿qué forma tienen?, ¿a qué se parecen los tubos ordenados de esta manera?
- ¿Cuántos pisos tiene?, en el primer piso, ¿cuántos tubos hay? ¿Y cuántos hay en el segundo piso?
- ¿Cuántos tubos hay en total?, ¿por qué?
- ¿Has visto esta forma de agrupar objetos en alguna parte?
- ¿En casa, has agrupado objetos de esta manera?
- ¿Será posible ordenar los quince tubos de esta manera?, ¿qué crees que resulte?

### Ejecución de la estrategia

Zoraida pide a los estudiantes a seguir organizando los demás tubos y pregunta. ¿Cuántos pisos tiene su torre? ¿Cuántos tubos hay en cada piso? ¿Cuántos tubos hay en total?, ¿por qué? ¿En el primer piso hay más tubos que en el segundo piso? ¿Por qué? Si agregáramos más tubos, ¿cuántos habría en el primer piso? ¿Por qué?

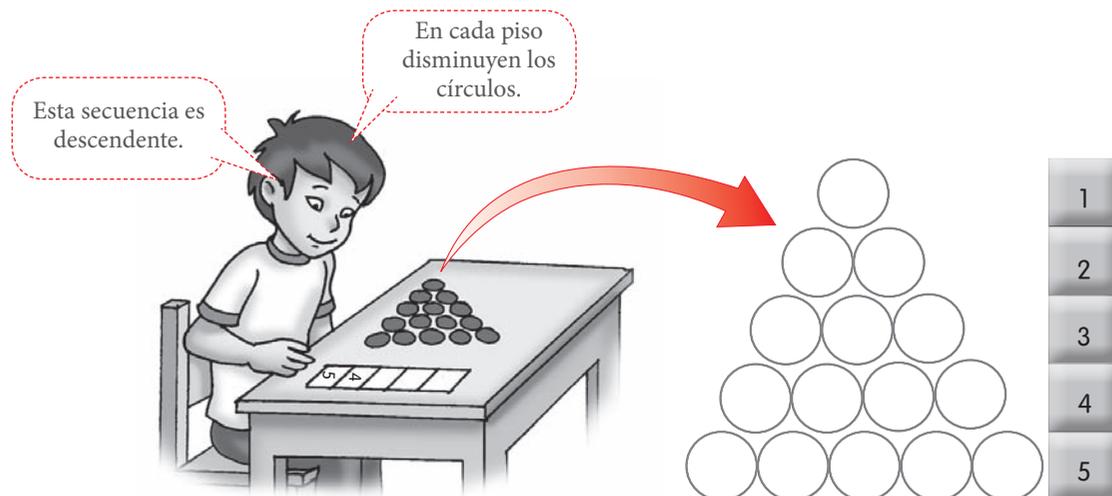


## Reflexión sobre el proceso de resolución del problema

Luego de agrupar los quince tubos, la docente realiza las siguientes preguntas:

- ¿Cómo lo hicieron? ¿Qué dificultades enfrentaron?
- ¿Les fue fácil o difícil hacer las torres? ¿Por qué?
- ¿Qué hicieron primero?, ¿Qué hicieron después?
- ¿Qué formas observan en su construcción? ¿Por qué?
- ¿De qué otra manera se podría haber hecho?
- ¿Podemos usar este procedimiento para agrupar otros objetos? ¿Cómo cuáles?

Zoraida, reconoce el esfuerzo de los estudiantes al mismo tiempo les solicita que representen su torre en una hoja cuadrículada, usando taps y delineadores.



Luego que cada estudiante ha representado su torre en la hoja, la docente pide representar la cantidad de círculos de cada fila usando tarjetas con números y realiza las siguientes preguntas:

- En la primera fila, ¿cuántos círculos hay? ¿Y cuántos hay en la segunda?, etc.
- ¿La cantidad de círculos, aumenta o disminuye?, ¿por qué?
- ¿De cuánto en cuánto disminuye la cantidad de círculos respecto a la fila anterior?, ¿por qué?
- Si quisiéramos que nuestra torre tenga una fila más. ¿Cuántos círculos más necesitaríamos?, ¿por qué? ¿Qué tarjeta usaríamos en la primera fila? ¿Cuál sería la siguiente tarjeta?, ¿por qué?

La docente representa en la pizarra la secuencia numérica de manera horizontal y les pregunta:

Para saber qué número sigue en la secuencia, ¿qué debo hacer?

5 4 3

¡Muy bien niños! El número que hace aumentar o disminuir una secuencia se llama patrón. En este caso el patrón es restar 1.

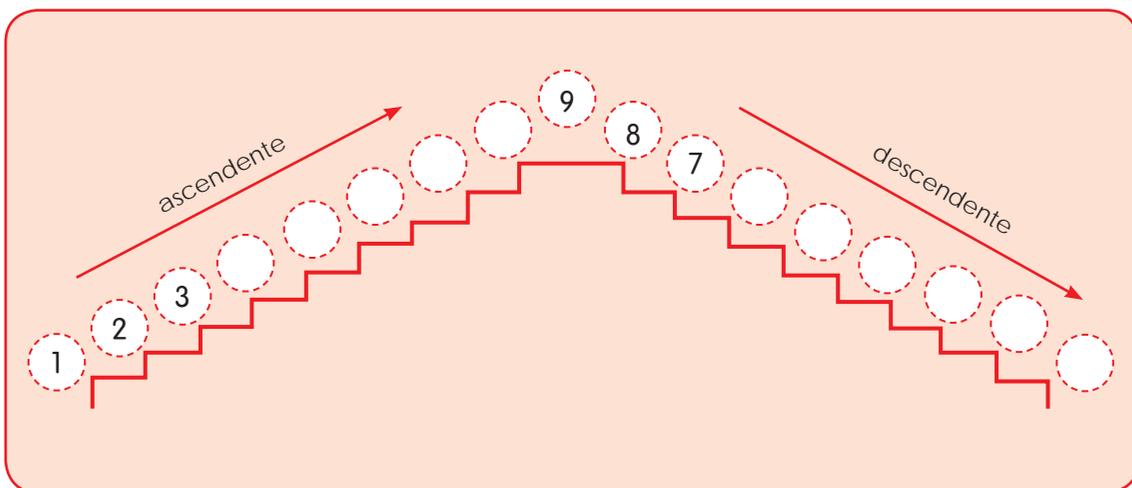
Mmm... Si a 5 le quito 1 es 4 y si a 4 le quito 1 me da 3...

¡Maestra!, debo restar 1.

A ver... 3 menos 1 es 2. ¡Sí maestra! Porque están disminuyendo de uno en uno.

La docente presenta varias secuencias numéricas y les pide que analicen y resuelvan cada caso hasta encontrar el patrón.

a) Completa la secuencia numérica



b) Completa la secuencia o escribe el patrón según corresponda.

The diagram shows four rows of boxes, each containing a number sequence. Red arrows connect boxes in each row, with a common difference indicated above the arrows.

- Row 1: Starts with 12. Arrows with  $-1$  connect to five empty boxes.
- Row 2: Starts with 9, then 10, then 11. Arrows connect to three empty boxes.
- Row 3: Starts with 20. Arrows with  $-2$  connect to five empty boxes.
- Row 4: Starts with 10, then 12, then 14. Arrows connect to three empty boxes.

Luego, la docente propone a los estudiantes ordenar todos los tubos de cartón en el sector de Matemática, para que ocupen el menor espacio posible.

La resolución de problemas implica tener tiempo para pensar, explorar, cometer errores, descubrirlos y volver a empezar.

## Análisis de la actividad 3: Construimos torres de papel

### 1. **Matematiza situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en diversos contextos**

#### Desde una situación experimental

Por ejemplo, en la secuencia didáctica presentada, se observa a Zoraida orientar a sus estudiantes para la matematización mediante actividades de experimentación.



Como vemos, la situación problemática planteada por Zoraida se desprende de una necesidad que llevará a los estudiantes a establecer un modelo matemático que dé respuesta al problema. Además, al ser una situación cotidiana, involucra una motivación intrínseca y placentera.

En este momento, las preguntas que se plantean son para facilitar a los estudiantes la comprensión del problema o situación problemática, y para que la relacionen con algún hecho o experiencia previa.

Para ayudar a que los estudiantes matematicen, Zoraida realiza las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos pisos tiene tu construcción?
- ¿Cuántos tubos hay en cada piso?
- ¿Cuántos tubos hay en total?, explica cómo lo hiciste.
- ¿Cuántos tubos habría, si agregáramos un piso más?, ¿por qué?

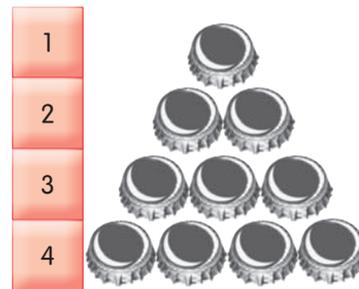
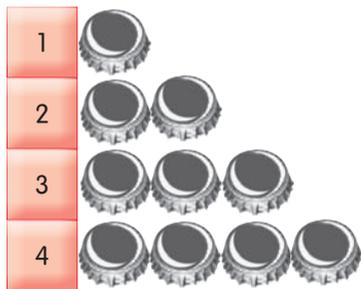
En el momento de la representación gráfica, Zoraida realiza las siguientes preguntas:

- ¿La cantidad de círculos, aumenta o disminuye?, ¿por qué?
- ¿En cuánto disminuye la cantidad de círculos?, ¿por qué?

### Desde actividades lúdicas

Por ejemplo: jugamos a ordenar chapitas.

Se propone a los niños jugar a “ordena las chapitas”. Para ello, tendrán que ordenar 3 chapitas formando una figura triangular. Luego, colocar las tarjetas con números al lado para señalar la cantidad de chapitas. Gana el primero que forma el triángulo con chapitas. Luego, aumentamos el número de chapitas a 6, 10, 15, etc.



Realiza las preguntas:

- ¿Cuántas chapitas hay en la primera fila?, ¿en la segunda?, etc.
- Las tarjetas con números, ¿quedaron ordenadas? ¿De qué manera? ¿Aumentan o disminuyen?, ¿de cuánto en cuanto? ¿Por qué?
- Si hubiera una fila más, ¿qué tarjeta usarías? ¿Por qué?

## Desde actividades vivenciales

Por ejemplo: A partir de situaciones cotidianas.

Se propone ordenar los materiales del aula y guardarlos en sus recipientes. Para ello, la docente pide a los estudiantes contar los objetos que van guardando y ellos usan diferentes formas de contar.



Realiza las preguntas:

¿De qué manera contaron? ¿Quién contó más rápido sus objetos? ¿Por qué?

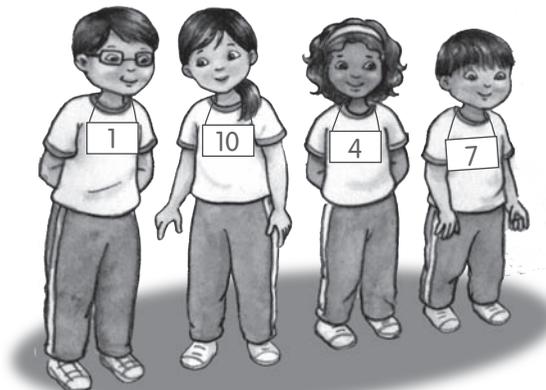
## Desde actividades dinámicas

Por ejemplo: A partir de actividades grupales.

### ORDENAMOS LOS CARTELES

#### ¿Qué necesitamos?

20 collares de pita con carteles enumerados del 1 al 20 (de acuerdo al número de estudiantes).



### ¿Cómo los organizamos?

Se organizan los grupos con 4 participantes cada uno.

Cada grupo recibe sus carteles y los distribuye a sus participantes.

### ¿Cómo lo hacemos?

- Se pide a un grupo colocarse al frente de los demás mostrando sus carteles cuyas numeraciones no necesariamente están en orden.
- Luego se indica que: a la voz de partida se ordenan de acuerdo al número que tienen en sus carteles en forma descendente ¡A sus marcas, ya! Los demás integrantes del grupo pueden ayudar, pero solo con indicaciones, sin tocarlos.
- Se realizan las preguntas señalando al equipo con carteles ordenados:
  - ¿Con qué número inicia, y con cuál termina?
  - ¿De qué manera se ordenaron? ¿Por qué?
  - ¿Por qué se colocó el 4 después del 7?
- Se continúa con el juego hasta que todos los grupos se ordenen formando una secuencia con los números que están en sus collares.

### Desde proyectos

Por ejemplo: La elaboración del portaobjetos.

A partir de una situación problemática basada en la implementación del sector de aseo personal, los estudiantes desarrollan un proyecto de aprendizaje que durará tres sesiones de 90 minutos cada una, en las que cada estudiante elaborará un portaobjetos para organizar sus útiles de aseo.

### ¿Qué necesitamos?

- Tubos de cartón, cinta adhesiva, goma, papel lustre, tijeras y lana.

### ¿Cómo lo haremos?

#### a. Actividades previas

- Se constituyen los equipos de trabajo con cuatro integrantes cada uno.
- Se elabora la lista de los materiales para entregar a los padres de familia. Cada estudiante prepara una lista de materiales.

## Proyecto: Elaboración del portaobjetos

### Lista de materiales

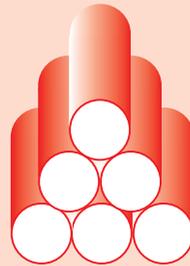
1. Seis tubos de cartón
2. Una cinta adhesiva
3. Goma o silicona líquida
4. Un pliego de papel lustre
5. Tijera
6. Lana

- Verificación y conteo de los materiales. Los estudiantes verificarán el material solicitado de acuerdo a la lista que tenga cada uno de ellos.
- Organización de los equipos de trabajo y distribución de materiales. Lectura de los acuerdos de trabajo en equipo.

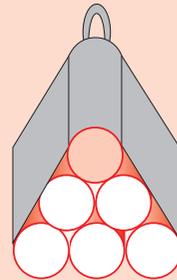
### b. Actividades de desarrollo

#### Procedimiento

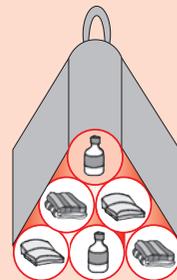
1. Forma una torre con los tubos de cartón y pégalos.



2. Forra tu torre y coloca la lana para fijarla en la pared.



3. Organiza tus útiles de aseo personal en el Portaobjetos.

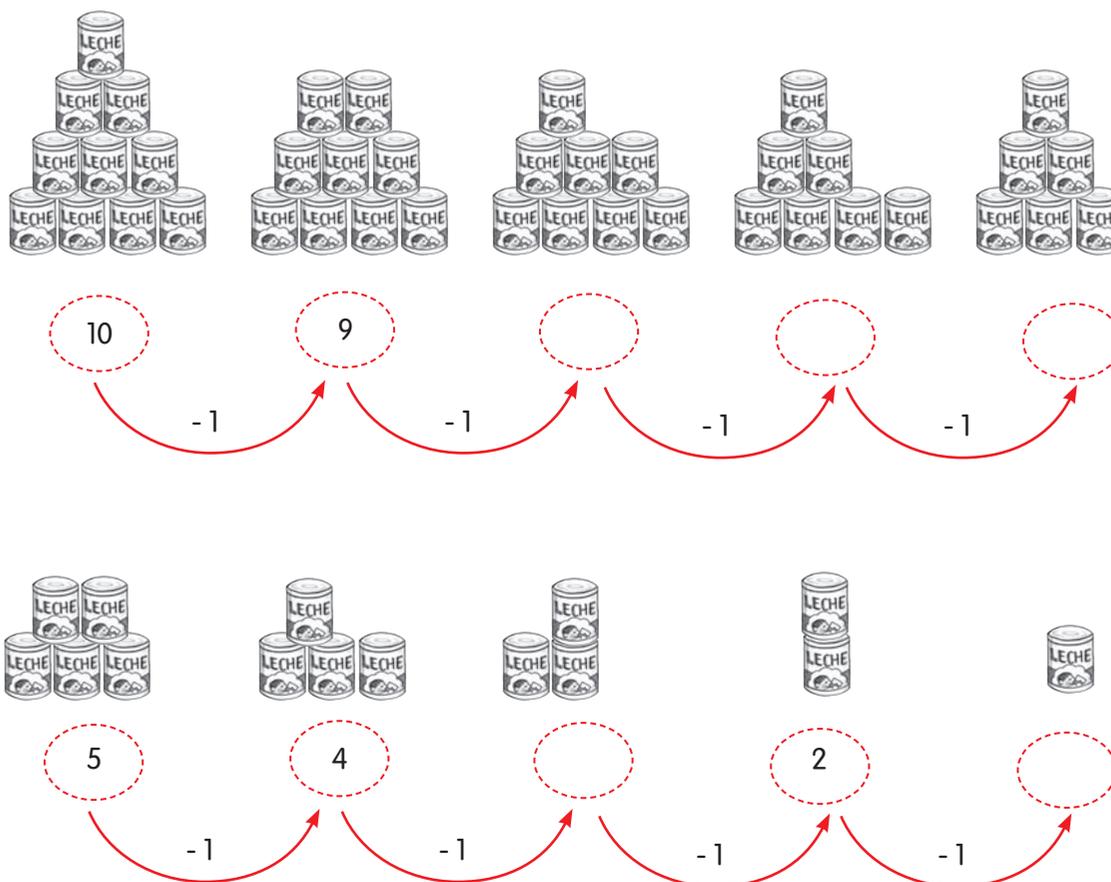


- Durante el proceso realiza las preguntas:
  - ¿Cuántos pisos tiene tu torre?
  - ¿Cuántos tubos hay en cada piso?
  - ¿Cuántos tubos hay en total?, ¿por qué?
  - De abajo hacia arriba, ¿la cantidad de tubos, aumenta o disminuye?, ¿por qué?
  - ¿De cuánto en cuánto disminuye la cantidad de tubos en la torre?, ¿por qué?

### Desde actividades con materiales gráficos

Por ejemplo: A partir de láminas.

Se propone a los estudiantes observar el siguiente gráfico.



La docente plantea las siguientes preguntas:

- ¿Qué sucede con la cantidad de latas entre una torre y otra?
- ¿Aumenta o disminuye? ¿Por qué?
- ¿De cuánto en cuánto disminuye?

La docente pide a los estudiantes que representen la situación mostrada con objetos. Luego, propone el juego "Gana latas". Para ello, los estudiantes ordenarán diez latas y plantearán preguntas como: si quitamos una lata, ¿cuántas quedan?, etc. Si la respuesta es correcta, se lleva una lata y se registra la cantidad que queda en una hoja. Gana el que se lleva la última lata. Luego, deben dibujar la situación.

## 2. Representa situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

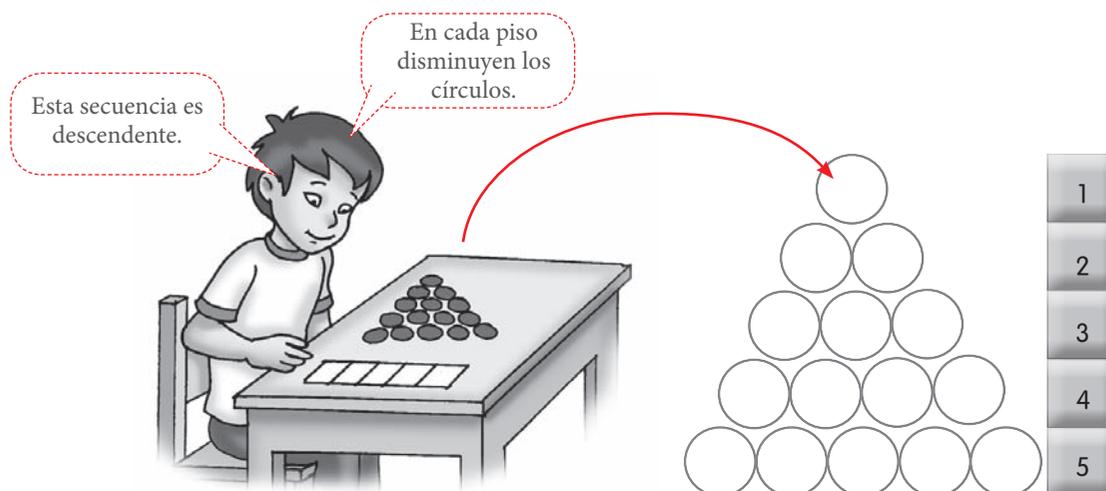
Por ejemplo, en la secuencia didáctica presentada se observa que Zoraida alienta a desarrollar diversas formas de representación.

Aquí se puede observar que la representación fue realizada con material concreto. Esta forma de representar facilita al estudiante la construcción de esquemas de representación en otros niveles del conocimiento matemático.



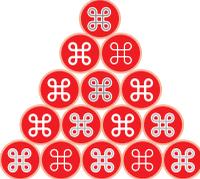
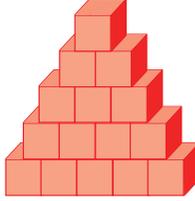
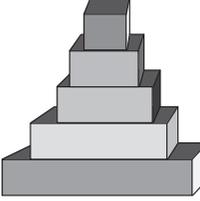
También podemos notar que se orientó a los estudiantes a realizar representaciones icónicas en el papel cuadrículado, que son aproximaciones a la realidad inmediata.

Además, al usar las tarjetas con números, los estudiantes representaron las cantidades de manera simbólica, es decir, usan símbolos para representar las cantidades, situaciones o convenciones.

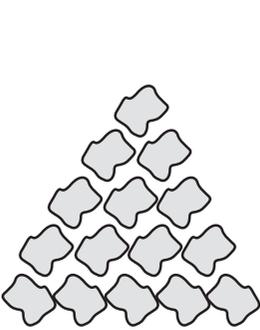
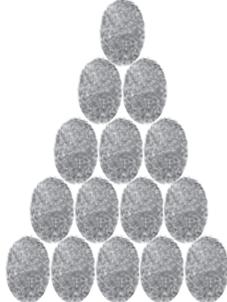
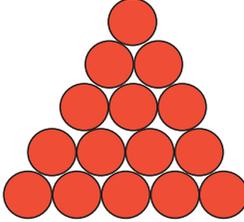


## Representaciones apoyadas en material concreto

Al ser la representación un proceso imprescindible para el tránsito de lo concreto a lo abstracto, te presentamos otras formas de representación de situaciones que involucren secuencias numéricas. Por ejemplo:

No estructurado			Estructurado	
				
Con vasos de plástico	Con latas	Con chapitas o taps	Con material Base diez	Con regletas de colores

## Representaciones pictográficas

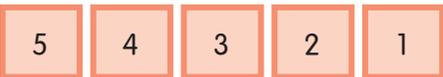
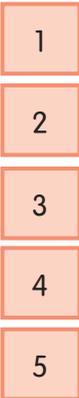
Icónica	Pictográfica		
			
Con dibujos	Con sellos	Con huellas	Con puntos o bolitas

## Representaciones gráficas

Mediante tablas	
Filas	Cantidad de tubos de cartón
Primera fila	5
Segunda fila	4
Tercera fila	3
Cuarta fila	2
Quinta fila	1

## Representaciones simbólicas

Los estudiantes usan primero las tarjetas numéricas y luego escriben los números.

		
Mediante tarjetas con números		Con números

### 3. Argumenta el uso de los patrones, relaciones y funciones

Por ejemplo, en la secuencia didáctica presentada, se observa que Zoraida orienta algunos procesos de argumentación con preguntas. Por ejemplo:

- ¿En el primer piso hay más tubos que en el segundo piso? ¿Por qué?
- Si agregáramos 4 tubos más, ¿cuántos habrían en el primer piso? ¿Por qué?
- ¿Qué formas observan en su construcción? ¿Por qué?



Aquí se puede observar que la argumentación consiste en la explicación que se da a un procedimiento, así como también a la justificación de su proceder. Podemos notar que aquí, los estudiantes realizan inferencias, relacionan el objeto de aprendizaje con otras nociones y conocimientos logrados.



## ACTIVIDAD 4: Jugamos a “Alto trencitos”

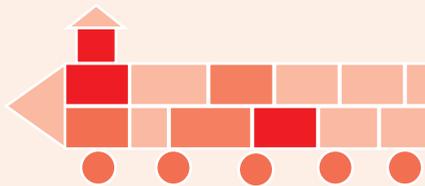
En el contexto del desarrollo de la unidad “Viajando con seguridad”, Zoraida propone desarrollar la actividad lúdica “Alto trencitos” para la construcción de la noción de equivalencia con expresiones aditivas con números de hasta 10.

Conocimiento	Equivalencia de expresiones aditivas.
Organización	Grupo clase y pequeños grupos.
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"><li>• Expresa en forma concreta y gráfica una igualdad entre expresiones aditivas de dos términos con números hasta 10.</li><li>• Describe el procedimiento para establecer la equivalencia entre dos expresiones aditivas que tengan dos términos, con números hasta 10.</li><li>• Usa diversas estrategias (ensayo y error, diagramas, realiza simulaciones, etc.) para encontrar el término desconocido en una de las dos expresiones aditivas equivalentes con resultados hasta 10.</li><li>• Explica por qué son equivalentes las diferentes descomposiciones aditivas de un número hasta 10.</li></ul>
Materiales	<ul style="list-style-type: none"><li>• Regletas de colores</li><li>• Cuentas de colores del mismo tamaño</li><li>• Semillas, etc.</li></ul>

Zoraida propone a sus estudiantes el juego denominado "Alto trencitos". Para ello, organiza a los estudiantes en grupo de 4 estudiantes cada uno, reparte los materiales (se debe tener el material suficiente para cada grupo separado en bolsitas) y lee los acuerdos para el trabajo en equipo.

Presenta el juego escrito en un papelote, y pregunta: ¿de qué tratará el juego? ¿Cómo creen que se jugará?

### JUGAMOS A "ALTO TRENCITOS"



#### Reglas de juego:

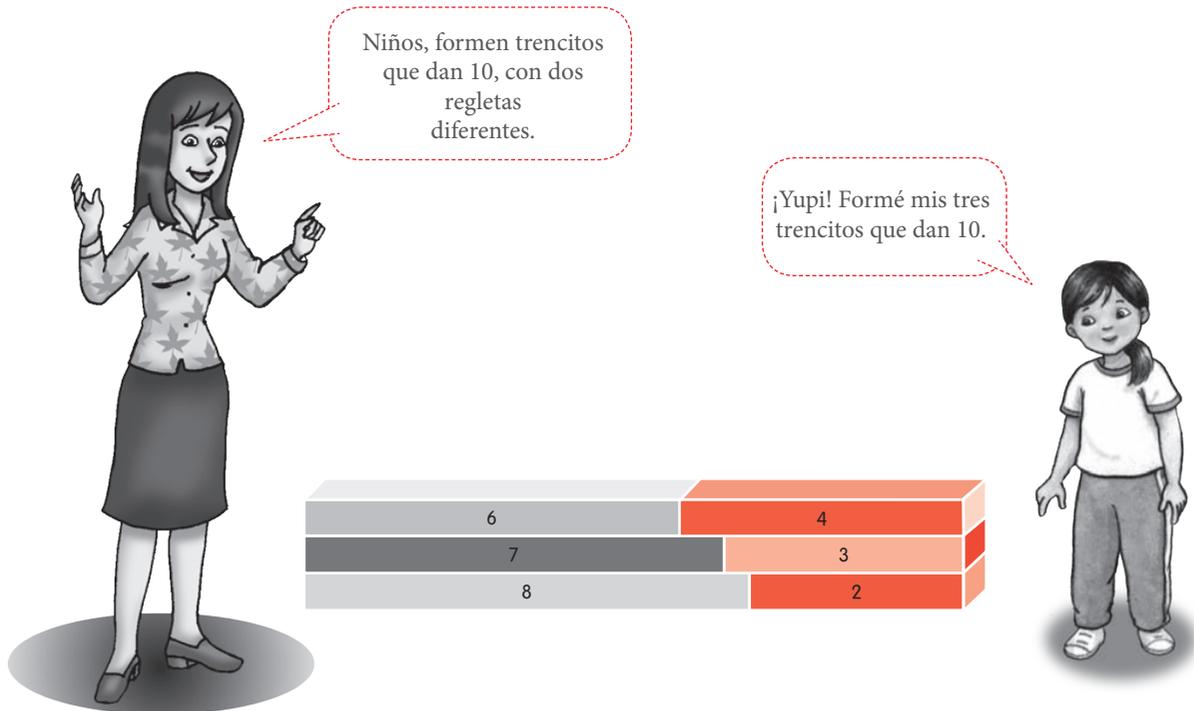
- Se establecen los turnos de juego.
- En cada ronda un jugador dice un número del dos al diez.
- Todos los jugadores forman tres trencitos con dos regletas que den el número mencionado.
- Se verifica entre todos, que los trencitos tengan el mismo tamaño.
- Gana un punto el jugador que armó primero los tres trencitos usando diferentes regletas.
- Gana el juego quien acumula más puntos.

### Comprensión del problema

La docente lee con los estudiantes las reglas del juego. Luego, solicita a los estudiantes que expliquen con sus palabras cuáles son las reglas de juego y hace las siguientes preguntas: ¿cómo se iniciará el juego?, ¿qué debe hacer cada jugador?, ¿quién gana el juego?, etc.

## Diseño o adaptación de una estrategia

La docente explica que el juego consiste en formar trencitos de igual tamaño usando las regletas y a manera de ejemplo, solicita lo siguiente:



## Ejecución de la estrategia

Zoraida verifica que todos hayan realizado la actividad previa y da inicio al juego. Durante el desarrollo del juego la docente interactúa con cada uno de los grupos mediante preguntas:

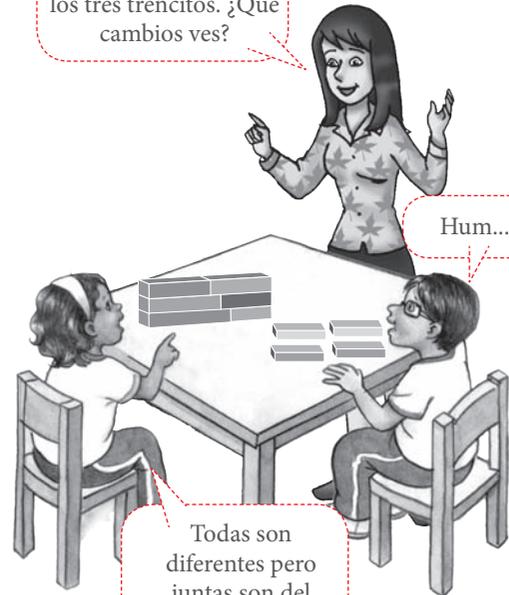
- ¿Qué número han representado con sus trencitos?, ¿qué regletas usaste para formar tus trencitos?, ¿por qué?
- ¿Con qué operación representarían cada tren?, ¿por qué?
- Si los tamaños de las regletas cambian, ¿qué sucede con el valor del tren? ¿Cambia o se mantiene?, ¿por qué?
- Yo también quiero formar un tren de igual tamaño que el de ustedes. Si coloco la regleta rosada, ¿cuál es la otra regleta que debo colocar?, ¿por qué?

Luis, ¿qué regletas usaste para formar tus trencitos? ¿Por qué?



Usé la marrón con la roja y la verde con la rosada. Porque  $8 + 2$  y  $6 + 4$  dan 10.

Rosita, observa las regletas que forman los tres trencitos. ¿Qué cambios ves?



Hum...

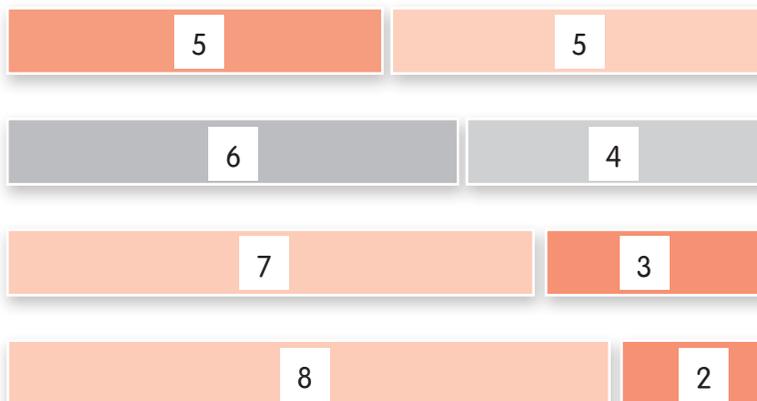
Todas son diferentes pero juntas son del mismo tamaño.

### Reflexión sobre el proceso de resolución del problema

Cuando el juego ha terminado, Zoraida orienta el diálogo en el grupo clase sobre las estrategias que usaron para formar cada vez más rápido sus trencitos, y también, para que digan qué aprendieron durante el juego. Realiza preguntas como:

- ¿Cómo hicieron sus trencitos? ¿Qué dificultades tuvieron?
- ¿Fue fácil o difícil hacer los trencitos?, ¿por qué?
- ¿De qué otra manera se podría haber hecho?

Luego, invita a un representante de cada grupo a dibujar y pintar en la pizarra los tres trencitos que formaron para representar un mismo número y pide que coloquen la tarjeta con el número de acuerdo al valor de la regleta.



Después que los estudiantes realizaron su dibujo, Zoraida realiza las siguientes preguntas:

- ¿Estas sumas representan a trenes de igual tamaño?
- ¿Son equivalentes?, ¿por qué?
- ¿Qué diferencias hay entre las dos expresiones?
- Observa las regletas de la izquierda, de abajo hacia arriba, ¿aumentan o disminuyen? ¿De cuánto en cuánto?
- Observa las regletas de la derecha, ¿aumentan o disminuyen? ¿De cuánto en cuánto?

Sin usar las regletas, ¿qué regleta irá sobre la regleta negra y sobre la regleta verde? ¿Por qué?

¡Ya sé maestra! Sobre la regleta negra va la verde que vale 6 y al lado, la rosada que vale 4.

Mmm... En este lado las regletas disminuyen y en el otro lado aumentan.

Después que los estudiantes responden las preguntas, Zoraida escribe en la pizarra las equivalencias encontradas y solicita a los estudiantes que completen:

	$4 + \square = 10$
	$5 + \square = 10$
	$6 + \square = 10$
	$7 + \square = 10$
	$8 + \square = 10$
	$9 + \square = 10$

Luego la docente explica a los estudiantes que las expresiones que fueron encontrando son equivalentes, pues en todos los casos resultan 10. Además, resalta que cuando comparan dos expresiones, un término aumenta y el otro disminuye.

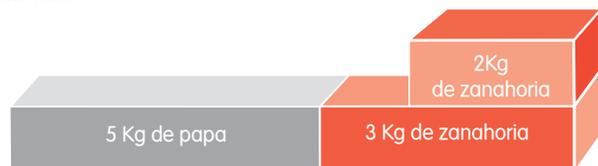
La docente organiza a los estudiantes en parejas y propone actividades de ampliación. Lee el problema con los estudiantes y pregunta: ¿De qué trata el problema?, dílo con tus propias palabras, ¿qué datos tenemos? ¿Cómo podemos representarlos? ¿Cómo podemos resolver el problema? ¿Qué materiales puedes utilizar para resolverlo? ¿Hay una sola respuesta? ¿De qué otra manera podríamos resolver la situación?

Pedro va al mercado y compra 5 kilos de papa y 3 kilos de zanahoria, y Sofía compra algunos kilos de papa y 2 kilos de zanahoria. Ambas bolsas pesan igual.  
¿Cuántos kilos de papas compró Sofía? ¿Por qué?

Si ambas bolsas pesan igual, entonces miden lo mismo. Humm...



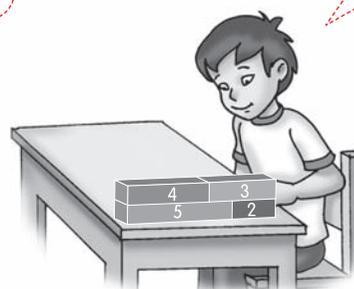
¡Ya se! Aquí va la regleta verde que vale 6. Porque 6 más 2 es 8 y 5 más 3 también es 8.



Luego, los estudiantes crean problemas, la docente los copia en la pizarra y se resuelven en pareja, usando regletas de colores.



José, crea un problema usando el valor de tus regletas.



Mmm... En una bolsa hay 5 kilos de...

“Posiblemente ninguna otra estrategia acercará a una persona más a lo que constituye un quehacer interno de la Matemática como un juego bien escogido”

Miguel de Guzmán

## Análisis de la actividad 4: Jugamos a “Alto trencitos”

### 1. **Matematiza situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en diversos contextos**

#### Desde una actividad lúdica

La matematización, es un proceso de transformación de situaciones o problemas reconocidos en el mundo real, a expresiones matemáticas y viceversa. Por ejemplo, en la secuencia didáctica presentada, Zoraida orienta la matematización a partir de una actividad lúdica, el juego “Alto trencitos”.

Podemos observar que Zoraida eligió este juego, porque permite a los estudiantes trabajar la equivalencia en expresiones aditivas. Se valió de las regletas de colores para desarrollar esta noción.

En esta situación, los estudiantes desarrollan nociones matemáticas de manera divertida y placentera. Las preguntas con las que facilitó este proceso son:

- ¿De qué trata el juego?
- ¿Cómo creen que se jugará?
- ¿Cómo iniciarán el juego?
- ¿Qué debe hacer cada jugador?
- ¿Quién gana el juego?, etc.

Estas preguntas facilitan la comprensión del juego, que en ese caso es la situación problemática. Estas permiten al estudiante matematizar la situación de equivalencia.

En este momento se debe garantizar que los estudiantes comprendan la situación problemática, pues de esto dependen la eficacia o no de los procesos resolutivos a que conllevan.

Además, realiza otras preguntas como:

- ¿Qué número han representado con sus trencitos?, ¿qué regletas usaste para formar tus trencitos?, ¿por qué?
- ¿Con qué operación representarían cada tren?, ¿por qué?
- Si los tamaños de las regletas cambian, ¿qué sucede con el valor del tren? ¿Cambia o se mantiene?, ¿por qué?
- Yo también quiero formar un tren de igual tamaño que el de ustedes, si coloco la regleta rosada, ¿cuál es la otra regleta que debo colocar?, ¿por qué?

Estas preguntas van formando en el estudiante un modelo matemático de la situación que le permita interactuar con el problema, identificar la regularidad y resolverlo.

Por otro lado, cuando Zoraida invita a los estudiantes a crear problemas con expresiones aditivas, la matematización está orientada del modelo matemático hacia situaciones cotidianas. Esta forma de hacer matemática es compleja, pues implica la construcción de problemas. Sin embargo, llegó a lograr porque la noción fue adquirida en una situación lúdica.

## Desde una actividad vivencial

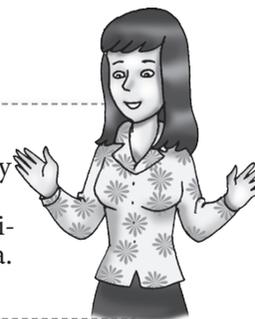
Por ejemplo: A partir de la formación en la escuela.

La docente, organiza a los estudiantes en el patio de la escuela y solicita que rápidamente se formen en dos columnas. Una vez formadas las dos columnas pide a un estudiante decir la cantidad de estudiantes que hay en cada columna y registran las cantidades en una hoja. Se continúa la actividad hasta encontrar 5 formaciones diferentes.



### Recuerda

Plantear situaciones problemáticas de contexto cotidiano y realizar preguntas con nivel de dificultad, según la edad y grado de los estudiantes, activa sus conocimientos y habilidades matemáticas para encontrar la solución al problema.



## Desde una actividad experimental

Por ejemplo: La elaboración de la balanza.

En la implementación del sector de Matemática, y en el desarrollo de la unidad de aprendizaje “expresiones aditivas equivalentes”, se organiza a los estudiantes para desarrollar la actividad experimental “Elaboramos nuestra balanza”.

## Elaboramos nuestra balanza

### ¿Qué necesitamos?

- Una regla de madera de 30 cm de largo por uno de ancho.
- 7 cuerdas de pabilo de 30 cm de largo por cada grupo.
- Dos tapas de betún o latas de atún de igual tamaño.

### ¿Cómo nos organizamos?

- En grupos de 3 o 4 estudiantes.
- Solicitar apoyo a los padres.

### ¿Cómo lo haremos?

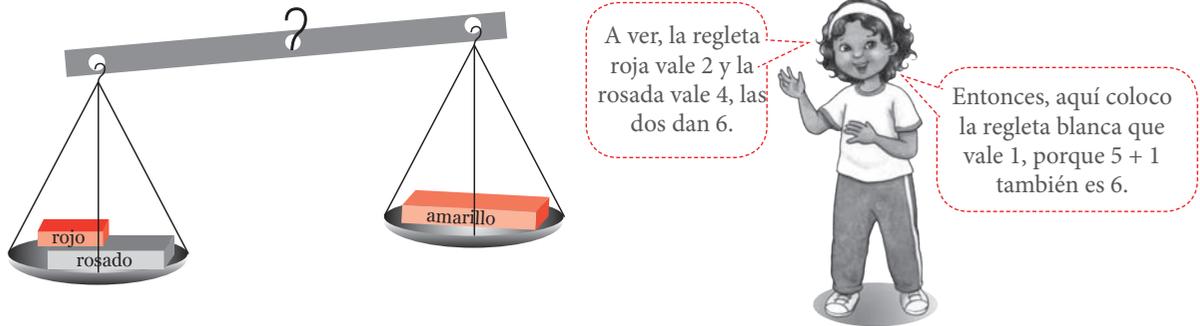
- Marcamos un punto exactamente en la mitad de la regla de madera.
- Medimos 14 cm desde la mitad hacia los extremos y hacemos un punto.
- Perforamos la regla de madera en las marcas hechas.
- Hacemos tres marcas en las tapas o latas a igual distancia entre una marca y otra con apoyo de la medida del diámetro de la tapa o lata.
- Perforamos las latas en las marcas hechas.
- Colocamos una cuerda en cada hueco de las latas, hacemos un nudo en un extremo de cada cuerda para asegurarla.
- Unimos las latas con la regla, insertando las tres cuerdas juntas por el hueco de uno de los extremos y las aseguramos cuidando que las cuerdas de las latas estén iguales.
- Hacemos un cordel con la última cuerda, doblamos en dos partes iguales y torcemos.
- Doblamos el cordel en dos partes, luego insertamos en el hueco del centro de la regla, y hacemos nudos para asegurar la cuerda a la regla.
- Comprobamos que los platillos de la balanza estén en equilibrio y si es necesario hacemos los reajustes necesarios.

Luego, entregamos cubitos de Base Diez, cuentas de dos colores diferentes hechas de un mismo material y de igual tamaño o regletas de colores. Pide a los estudiantes que al azar coloquen 2 grupos de cubitos, cuentas o regletas en cada platillo de la balanza y la levanten, observen la posición de los platillos y expliquen:

¿Por qué la balanza está en esta posición? ¿Cómo harían para que los platillos de la balanza estén en equilibrio? ¿Por qué?

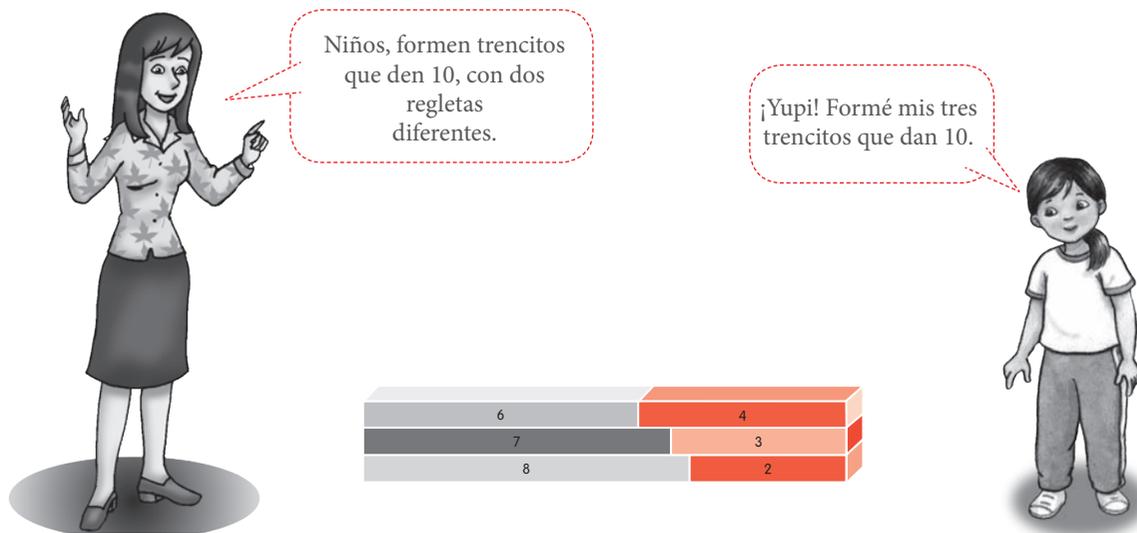
Luego, usando las regletas de colores representa en la balanza lo siguiente: En un platillo coloca la regleta roja junto a la rosada, y en el otro solo la regleta amarilla.

Realiza preguntas como: ¿Qué sucede con la balanza?, ¿por qué perdió el equilibrio?, ¿con qué regleta volveremos a tener la balanza en equilibrio?

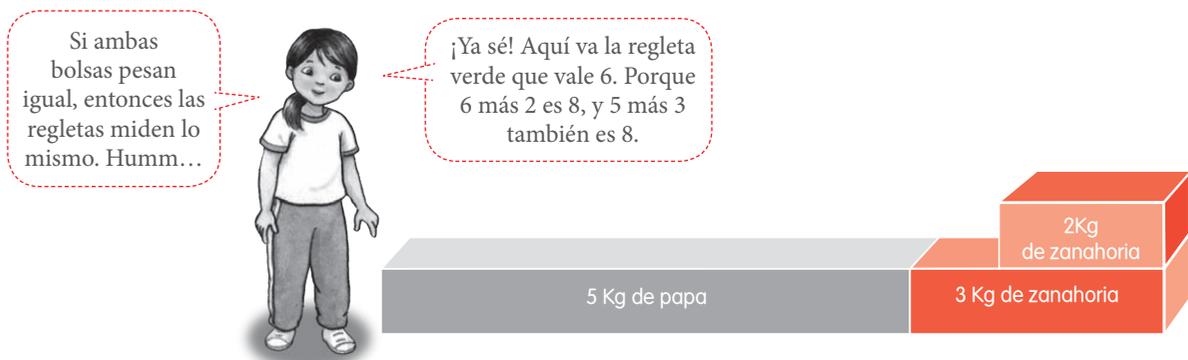


## 2. Representa situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

En la actividad, Zoraida promovió diferentes tipos de representación, lo que puede apreciarse en varios momentos. Por ejemplo, cuando solicita que formen sus trencitos con las regletas.

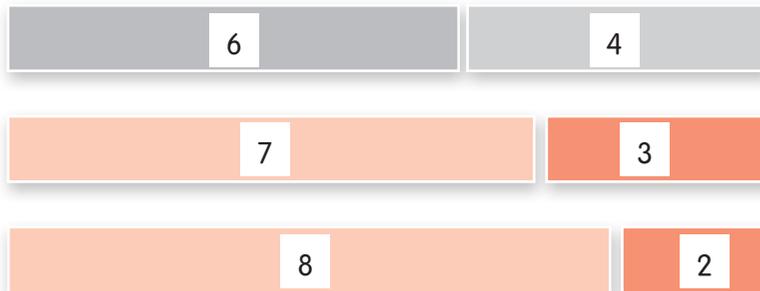


También, cuando representan un problema planteado.



Representar con material concreto, favorece en los estudiantes el desarrollo de nociones matemáticas. A la vez que se interactúa con el material, se descubren regularidades y se resuelven los problemas.

En la actividad, también se pueden apreciar otras formas de representación, como es la icónica y la simbólica.



Cuando la docente propone que los estudiantes salgan a la pizarra a representar sus trencitos con dibujos nos encontramos frente a la representación icónica. Este tipo de representación antecede a la simbolización, es decir, el niño va formando un modelo mental de la realidad concreta y cada vez se acerca más al simbolismo y la formalización.

Estas formas de representación son muy importantes pues mediante ellas el docente conoce cómo el niño va construyendo la noción matemática y además, lo prepara para otros procesos más complejos en la formalización del conocimiento.

### Representaciones apoyadas en material concreto

Las expresiones aditivas equivalentes pueden ser representadas con material concreto de diversas maneras, a continuación presentamos algunas de ellas:

Tengo 2 naranjas y 4 manzanas. Entonces tengo 6 frutas.

Yo tengo 3 naranjas y 2 manzanas. Son 5 frutas.

Me falta 1 fruta para tener igual cantidad que tú.

$$6 + 3 = 5 + 4$$

## Representaciones simbólicas

$$1 + 5 = 2 + 4$$

$$1 + 5 = 3 + 3$$

$$1 + 5 = 4 + \square$$

Aquí va 2, porque así las sumas son iguales.



Uno disminuye uno y el otro aumenta uno.

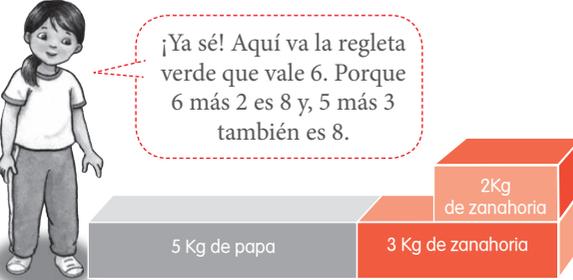


### 3. Elabora diversas estrategias para resolver problemas haciendo uso de los patrones, relaciones y funciones

En la actividad anterior, las estrategias aplicadas por los estudiantes consideran el uso de material concreto para resolver la situación problemática. Es por ello, que Zoraida está usando las regletas de colores para resolver problemas.

En la actividad, Zoraida promueve la búsqueda de estas estrategias con preguntas como:

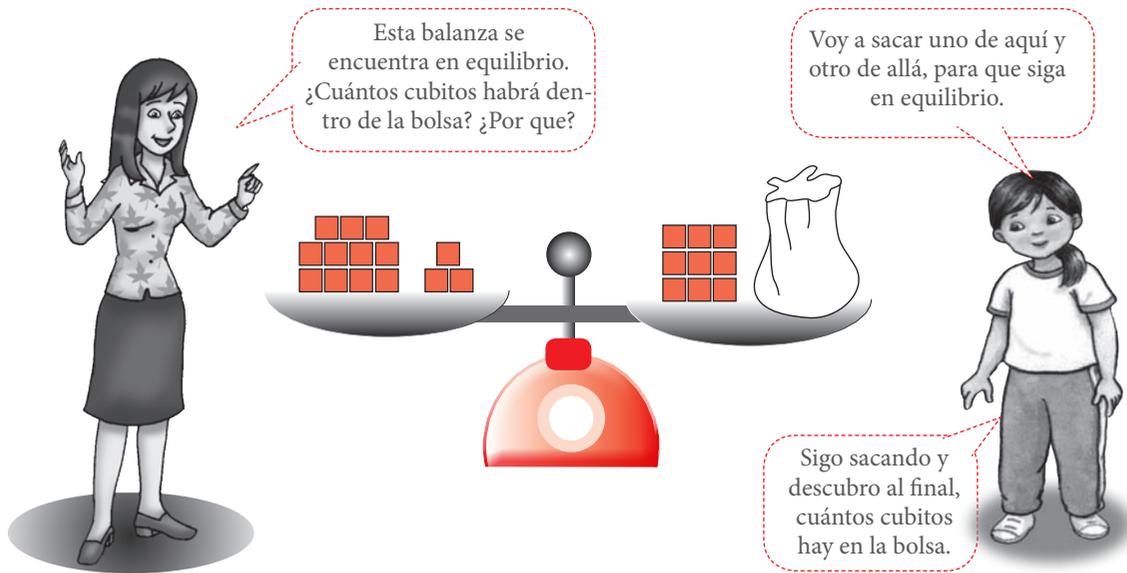
- ¿Cómo podemos representarlos?
- ¿Cómo lo podemos resolver?
- ¿Qué puedes utilizar para resolverlo?
- ¿De qué otra manera podríamos resolver la situación?

Utiliza el ensayo y error	Realiza una simulación
<p>¡Yupi! Formé mis tres trencitos que dan 10.</p> 	<p>¡Ya sé! Aquí va la regleta verde que vale 6. Porque 6 más 2 es 8 y, 5 más 3 también es 8.</p> 
<p>Aquí los estudiantes, por ensayo y error, encuentran la regleta que completará la equivalencia.</p>	<p>Los estudiantes realizan la simulación del problema con apoyo de las regletas de colores.</p>

En los primeros años de escolaridad, los estudiantes conocen pocas estrategias para resolver los problemas. Se irán desarrollando, consolidando y complejizando a medida que los estudiantes tengan la oportunidad de enfrentarse a diversas situaciones problemáticas. Es en estos espacios que los estudiantes potencian estrategias heurísticas, las mismas que deben ser utilizadas a elección personal.

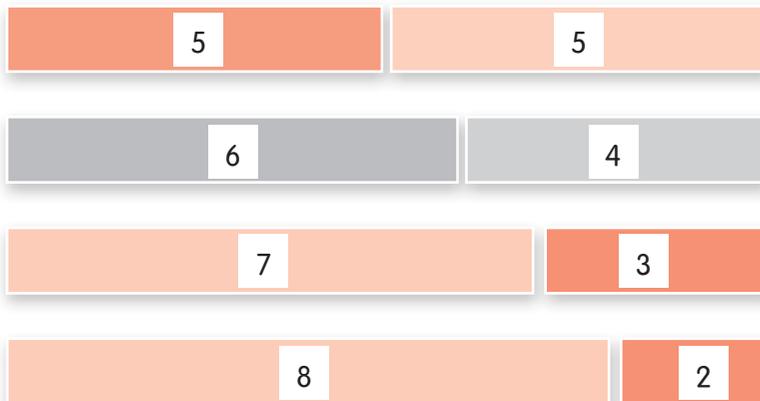
Otras estrategias para resolver problemas

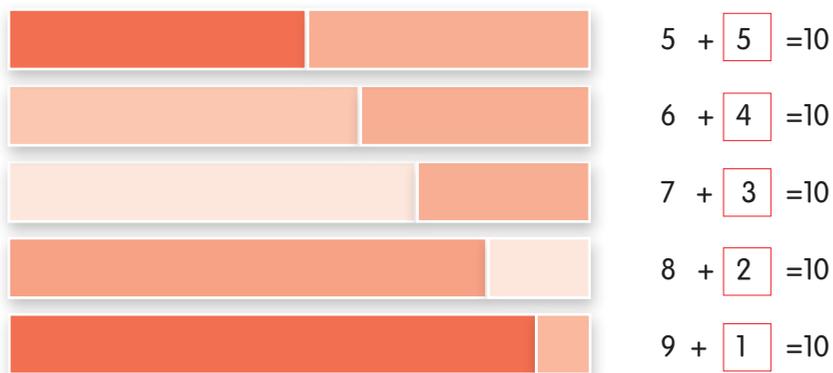
La balanza es un recurso adecuado para desarrollar la noción de equivalencia de expresiones aditivas. Su utilidad radica en el equilibrio de la balanza de brazos.



4. Utiliza expresiones simbólicas técnicas y formales para expresar patrones, relaciones y funciones en la resolución de problemas

La actividad permite apreciar, como la docente propicia el uso de expresiones simbólicas como:





Estas condiciones que se brindan en el aula favorecen que los estudiantes usen expresiones simbólicas y formalicen el conocimiento matemático. Estas expresiones se irán estableciendo cada vez con más propiedad, es decir, pasarán de un lenguaje simbólico a uno técnico y formal.

### 5. Comunica las condiciones de regularidad, equivalencia y cambio en diversos contextos

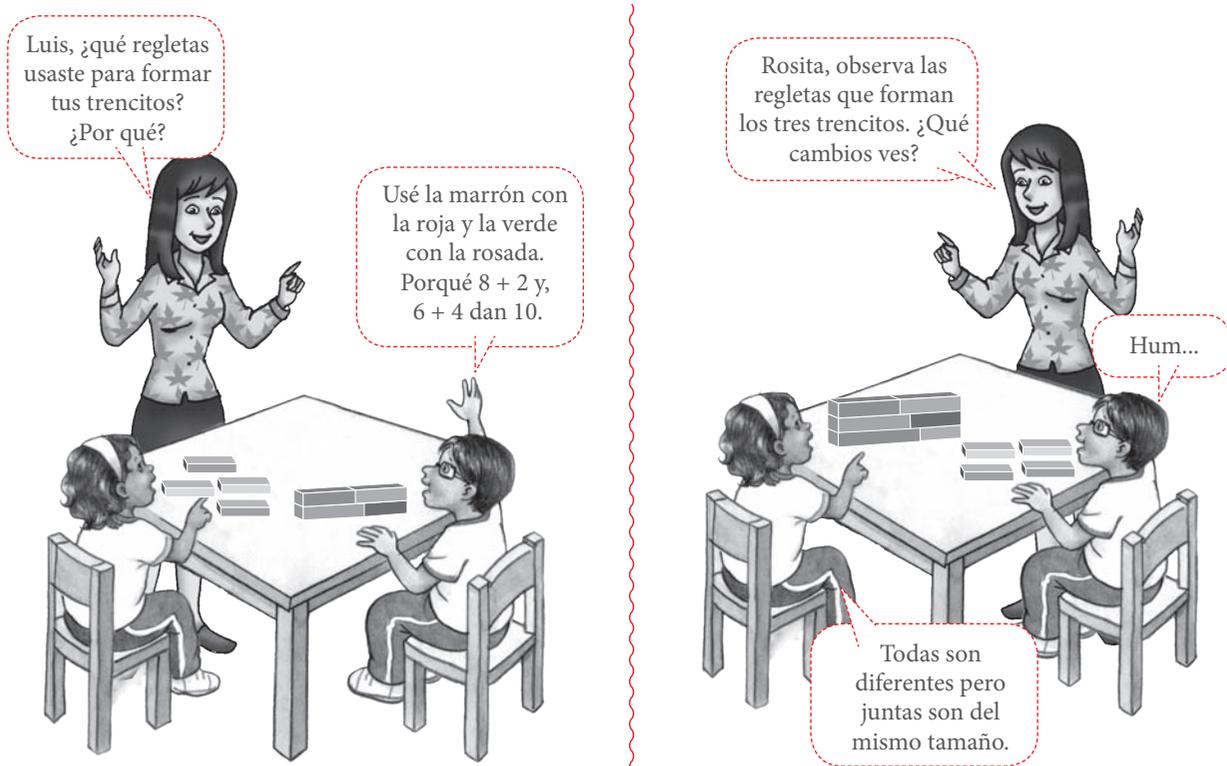
En la actividad, podemos apreciar que Zoraida usa la comunicación como un proceso transversal en el desarrollo de su sesión de clase. Este proceso comunicativo la acompaña con un trato horizontal, amable y sin dejar de construir las nociones matemáticas. Por ejemplo:

- ¿Estas sumas representan trenes de igual tamaño?
- ¿Son equivalentes?, ¿por qué?
- ¿Qué diferencias hay entre las dos expresiones?
- Observa las regletas de la izquierda, de abajo hacia arriba ¿aumenta o disminuye? ¿De cuánto en cuánto?
- Observa las regletas de la derecha, ¿aumenta o disminuye? ¿De cuánto en cuánto?
- Sin usar las regletas, ¿qué regleta irá sobre la regleta negra? ¿y sobre la regleta verde?

En esta interacción, la docente se vale de preguntas para favorecer la comprensión de la situación y orienta al estudiante para formar un modelo mental de los objetos matemáticos. Este proceso comunicativo se irá haciendo cada vez más complejo, pues los estudiantes no solo comunicarán sus procedimientos e ideas, sino que además las explicaran y justificaran.

## 6. Argumenta el uso de los patrones, relaciones y funciones

En la actividad, Zoraida orienta a los estudiantes a emitir una cadena de razonamientos, uno tras otro, es decir, los induce a la argumentación.



En la actividad se puede apreciar en varios momentos que los estudiantes explican sus ideas, sus procedimientos y argumentan los pasos que han seguido. Estos procesos se desencadenan a partir de preguntas seleccionadas y bien formuladas. Por ejemplo:

- ¿Qué regletas usaste para formar tus trencitos?, ¿por qué?
- ¿Con qué operación representarían cada tren? ¿por qué?
- Si los tamaños de las regletas cambian, ¿qué sucede con el valor del tren?
- ¿Cambia o se mantiene?, ¿por qué?
- Yo también quiero formar un tren del tamaño que el de ustedes. Si coloco la regleta rosada ¿cuál es la otra regleta que debo colocar?, ¿por qué?

En estos casos el estudiante explora según los recursos y estrategias utilizadas por la docente. En esta búsqueda va encontrando diversos elementos, como objetos, contextos, regularidades, entre otros. Estos le sirven de soporte para hacer inferencias, deducir, explicar y justificar sus procedimientos.

## IV. Y ahora, ¿cómo evaluamos lo que aprenden nuestros estudiantes?

La evaluación de los aprendizajes demanda asumir una práctica evaluativa desde una perspectiva integral y coherente con el enfoque por competencias, además de desarrollar una cultura evaluativa en la escuela y el aula que recupere el sentido formativo de la misma, en la medida que se asuma que su finalidad no tiene por qué enfocarse solamente en verificar resultados o calificar, por el contrario la misma evaluación debe servir para que el alumno siga aprendiendo.

### ¿Qué entendemos por evaluación en un enfoque por competencias?

La evaluación es una herramienta pedagógica que forma parte intrínseca de los procesos de enseñanza y aprendizaje, que nos permite valorar, los procesos y los resultados alcanzados por los estudiantes en términos de aprendizajes, para orientar la toma de decisiones que posibiliten el mejoramiento continuo.

Por lo tanto, la evaluación aporta información cuyo uso es relevante para saber qué y cómo mejorar los aprendizajes, en tanto consideremos que la evaluación permite:

- Revisar las fortalezas y debilidades a fin de mejorar la calidad de las acciones de enseñanza, en beneficio de los aprendizajes de los estudiantes.
- Tomar decisiones sobre la calificación y la promoción de los estudiantes.
- Informar a los estudiantes y/o a las familias de los mismos sobre su desempeño en la escuela.

Evaluación no es equivalente a calificación; pero tampoco existe evaluación sin calificación.

Asimismo, pensar la evaluación como parte de la enseñanza-aprendizaje, implica:

- Usar criterios pre-establecidos para evaluar a los estudiantes.
- Diseñar situaciones e instrumentos de evaluación, que se caractericen por su variedad y calidad.
- Invertir más tiempo en la retroalimentación, es decir en ofrecer al estudiante información descriptiva para que mejore sus aprendizajes.

## ¿Qué significa evaluar los aprendizajes desde un enfoque por competencias?

Para evaluar los desempeños de los estudiantes en coherencia con el planteamiento curricular de las “rutas de aprendizaje”, debemos reconocer que las metas de aprendizaje están orientadas a la adquisición y desarrollo de competencias matemáticas, las cuales a su vez se expresan en un conjunto de indicadores de desempeño.

En tal sentido, es necesario comprender las implicancias que tienen las competencias en términos evaluativos, asumiendo que la competencia la definimos como un saber actuar de manera integral y pertinente en un contexto particular en función de un objetivo o de la solución de un problema, en la cual se desarrolla, selecciona y moviliza una diversidad de saberes (saber ser, saber hacer, saber conocer) aprendidos en la escuela, demostrando idoneidad en el actuar.

A continuación presentamos la competencia del III ciclo referida al dominio de Número y Operaciones:

Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y uso de los números y sus operaciones, empleando diversas estrategias de solución, justificando y valorando sus procedimientos y resultados.

La pregunta que ayudaría al docente a comprender el sentido de la evaluación de esta competencia sería:

- ¿Cuándo puedo decir que un alumno es competente en resolver situaciones problemáticas?

En este caso, cuando evidencia un desempeño o actuación integral y pertinente, en la medida que resuelve situaciones problemáticas, para lo cual desarrolla, selecciona y moviliza; actitudes (querer abordar los problemas aplicando sus saberes matemáticos y demostrar responsabilidad), conocimientos (saberes sobre los números y operaciones) y habilidades (saber cómo representar, elaborar, utilizar, argumentar y comunicar las situaciones problemáticas de la vida real).

Observando esta situación, se puede decir que evaluar los aprendizajes en términos de competencias, significa identificar los logros y aspectos por mejorar en la actuación de las personas respecto a la resolución de problemas del contexto.

Implica tener en cuenta los criterios e indicadores de logro de una determinada competencia y brindar retroalimentación oportuna de carácter descriptivo, más allá de poner un calificativo, a los estudiantes.

## ¿Cómo evaluamos los aprendizajes?

Observando el desempeño de los estudiantes, en situaciones auténticas:

- Durante las interacciones en el aula, en los grupos, las visitas, la ejecución de juegos, la resolución de las actividades propuestas en un proyecto y en otras situaciones de aprendizaje, pues son espacios valiosos para recoger información sobre los avances y dificultades de los estudiantes.

## Ejemplo de evaluación para segundo grado

Nombre de la actividad de aprendizaje: "Jugamos con monedas y billetes"

La docente Micaela del aula de segundo grado, desarrolla la presente actividad en el marco del proyecto "Celebramos la fiesta de la comunidad" con el propósito que sus estudiantes resuelvan problemas aditivos de cambio 3 y 4, a partir de la variación que sufren los precios en situaciones de compra y venta de artesanías, para construir la noción de la adición como incremento y de la sustracción como rebaja o disminución de precio.

### INDICADORES:

- Describe en situaciones cotidianas las acciones de juntar-separar, agregar-quitar, avanzar-retroceder de números naturales con resultados hasta 100.
- Formula el enunciado de problemas cotidianos que implican acciones de juntar-separar, agregar-quitar, avanzar-retroceder, doble, mitad y triple, con cantidades hasta 100, con soporte de material concreto y gráfico.
- Dice con sus palabras lo que comprende al leer y escuchar enunciados de problemas cotidianos con resultados hasta 100, presentados en diferentes formatos (gráficos, cuadros, esquemas, y en forma escrita y verbal).
- Utiliza diversas estrategias de conteo, cálculo escrito, mental y de estimación para resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con números naturales hasta 100.
- Expresa con material concreto, gráfico y simbólico problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con números naturales hasta 100
- Comprueba y explica los procedimientos usados al resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con números naturales hasta 100, con apoyo de material concreto o gráfico.

### Antes de la actividad

Micaela, un día antes del desarrollo de la actividad revisa su programación, prepara los sobres con monedas y billetes en cantidad suficiente para cada grupo y busca información sobre los problemas aditivos de cambio 1, 2, 3 y 4, así como de las nociones de adición y sustracción que están implícitos en dichos problemas.

### Actividades de inicio

Micaela comunica a los estudiantes que hoy utilizarán monedas y billetes, los organiza en grupos de cuatro. Distribuye a cada grupo un sobre con monedas y billetes de los recortables del cuaderno de trabajo y les indica que se reparta al azar.

Luego pregunta ¿Cuánto dinero recibió cada uno? Los estudiantes cuentan el dinero que recibieron y lo comunican a sus compañeros de grupo. Micaela les dice: cada uno regale monedas o billetes a su compañero de la derecha y cuenten cuánto dinero tienen ahora. Luego pregunta ¿Qué sucedió con la cantidad de dinero que tuvieron al principio? ¿Aumentó o disminuyó? ¿Por qué?, repiten el juego dos veces más para descubrir cuando aumenta su dinero o cuando disminuye. Gana el juego el que dice primero cuánto dinero tiene.

### Actividades de desarrollo

Micaela pide a los estudiantes que coloquen el dinero en el sobre. Luego, les presenta la siguiente situación y les hace las preguntas:

**En la feria artesanal**

El puesto de artesanía “La Peruanita” puso la lista de precios N° 1 en el mes de junio y la lista de precios N° 2, en el mes de julio

Lista N° 1	
Chullo	S/.30
Manta	S/.67
Chompa	S/.65
Chalina	S/.25

Lista N° 2	
Chullo	S/.29
Manta	S/.84
Chompa	S/.68
Chalina	S/.23

¿De qué trata la situación? ¿En nuestra comunidad también venden artesanía? ¿De qué tipo? ¿Qué indican las listas? ¿Qué podemos averiguar usando los precios de las prendas que se ven en ambas listas?

Luego, Micaela pide que cada grupo, elija una prenda de la lista de precios, y representen su precio en cada mes, con las monedas y billetes que tienen. Luego se proponen las siguientes preguntas:

¿El precio de..... ha sido rebajado o incrementado? ¿En cuánto disminuyó o aumentó el precio de..... entre los meses de junio y julio?

Micaela observa cómo lo hace cada grupo, cuál es el nivel de participación de cada integrante, quiénes muestran mayor dificultad o logro. Interviene en algunas ocasiones con preguntas para generar mayor conflicto o reorientar el proceso.

### Ejemplo:

¿Qué harán para hallar la respuesta?, ¿cómo lo representarían? ¿Agregarían o quitarían? ¿Con qué operación lo representarían?, ¿por qué?, se espera que los estudiantes expliquen sus estrategias, por ejemplo, si tengo S/. 30 y pago S/. 29 por el chullo me sobran S/. 1 porque el precio ha sido rebajado. En cambio, si tengo S/. 65 para comprar la chompa debo aumentar S/. 3 más para poderlo comprar porque su precio se ha incrementado.

Cada grupo explica a sus compañeros lo que averiguaron y como lo hicieron mediante la técnica del Kiosco, que consiste en que un grupo recibe a los demás grupos en su mesa con todas las representaciones hechas, un miembro del grupo explica qué y cómo hicieron. Luego, continúan visitando a los demás grupos. El grupo que ya explicó se une a los demás y se desplazan a otra mesa donde deben estar esperando los integrantes de su grupo. Así sucesivamente continua la socialización hasta que el último grupo muestre lo que hizo.

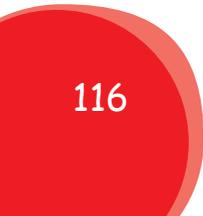
### Actividades de cierre

Micaela guía la reflexión con las siguientes preguntas ¿En qué se parece este problema al juego realizado anteriormente? Si el precio de la prenda seleccionada debe ser pagado utilizando la menor cantidad de billetes y monedas, ¿cuáles usarías?, ¿por qué?

La siguiente matriz nos permite visualizar los desempeños alcanzados, en el contexto de la actividad "Jugamos con billetes y monedas"

¿QUÉ EVALUAR?		¿CÓMO EVALUAR?		¿CON QUÉ EVALUAR?
Conocimiento	Indicador	Preguntas orales y consignas	Observación	Instrumentos
Adición Sustracción	Describe en situaciones cotidianas las acciones de juntar-separar, agregar-quitar, avanzar-retroceder de números naturales con resultados hasta 100.	¿Qué podemos averiguar usando los precios de las prendas que se ven en las listas?	Se espera que el niño proponga una pregunta usando las cantidades que se muestran en las listas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lista de cotejo</li> <li>• Registro</li> </ul>
	Expresa con material concreto, gráfico y simbólico problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualdad 1,2; doble, mitad y triple) con números naturales hasta 100.	Representen con las monedas y billetes el precio de la prenda en cada uno de los meses. Si el precio de la prenda seleccionada debemos pagarlo utilizando la menor cantidad de billetes y monedas, ¿cuáles usarías? ¿Con qué operación lo representarían al problema?	Durante el juego se espera que cada niño diga con precisión la cantidad de dinero que tiene y el cambio que se produce cuando regala y recibe el dinero. Se observa que el niño represente con el dinero el precio exacto que tiene la prenda en cada mes y que exprese el resultado del incremento con una adición y el de la rebaja, con una sustracción.	

	<p>Utiliza diversas estrategias de conteo, cálculo escrito, mental y de estimación para resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con resultados hasta 100.</p>	<p>¿Qué harán para hallar la respuesta?</p>	<p>Se espera que el niño proponga al menos una forma de encontrar la respuesta al problema.</p>	
	<p>Comprueba y explica los procedimientos usados al resolver problemas de contexto cotidiano (cambio 3,4; combinación 1,2; comparación e igualación 1,2; doble, mitad y triple) con números naturales hasta 100, con apoyo de material concreto gráfico.</p>	<p>¿De qué trata la situación? ¿En qué se parece este problema al juego realizado anteriormente?</p>	<p>Se espera que el niño explique paso a paso como lo hizo, señalando que operación ha realizado y justificando el por qué.</p>	



# BIBLIOGRAFÍA

- AUTORES VARIOS (1996). "La resolución de problemas". Revista UNO (Revista didáctica de las matemáticas N° 8). Barcelona: Graó.
- CHAMORRO, C. (2002). "Didáctica de las matemáticas para primaria". Madrid: Editorial PEARSON Prentice Hall.
- CRUZ AMPUERO, Gustavo. EDYGE-IPAE (Programa: Construyendo escuelas exitosas). (2010). "¿Cómo desarrollar las competencias matemáticas en nuestros estudiantes?". Lima.
- D'ÁMORE, B. (2006): "Didáctica de la Matemática". Bogotá: Editorial Cooperativa Magisterio.
- DE GUZMÁN, M. (1988). "Para pensar mejor". Barcelona: Editorial Labor.
- FERNANDEZ BRAVO, J. A. (2000). "Técnicas creativas para la resolución de problemas de matemática". Barcelona. Cisspraxis.
- GOÑI, J., GOÑI I., CORBALAN, F., LLENARES, S. PENALVA, C., PLANAS, N., VALLS, J., VANEGAS, Y. (2011). Didáctica de la Matemática. Barcelona: Editorial GRAO.
- GOÑI, J., BARRAGUÉS, I., CALLEJO, M., FERNÁNDEZ, J., FERNÁNDEZ, S., FONT, V., MUÑOS, J., PUJOL, R., TORREGROSA, G. (2011). Complementos de Formación Disciplinar. Barcelona: Editorial GRAO.
- GROWWS, D., CEBULLA, K. (2000). A Improving Student Achievement in Mathematics. Geneva: Educational Practices Series University of Illinois at Chicago.
- INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN, ACREDITACIÓN Y CERTIFICACIÓN DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA-IPEBA (2012). Mapas de Progreso de Número y operaciones, cambio y relaciones. Lima

- ISODA, M., OLFOS, R. (2009). El enfoque de Resolución de problemas. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Diseño Curricular Nacional (2009). Lima.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2005). DOCUMENTO N.º 17. Informe pedagógico de resultados: Evaluación Nacional de rendimiento estudiantil 2004. Lima.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2003) "Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales".
- PISA 2012 MATHEMATICS FRAMEWORK. TO OECD. November 30, 2010 <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46961598.pdf>
- POLYA, G. (1956). "Cómo plantear y resolver problemas". México: Editorial Trillas.
- SCHLEICHER ANDREAS (OCDE).BOLETÍN DEL CONSEJO NACIONAL DE EDUCACIÓN N° 21. (2009). "Lo que el Perú puede aprender de los resultados comparados de las pruebas pisa". Lima.
- SEDE REGIONAL DEL INSTITUTO INTERNACIONAL DE PLANEAMIENTO DE LA EDUCACIÓN (IIPE). Informes periodísticos para su publicación – n° 15. junio de 2003: "Como se enseña matemática". Buenos Aires.
- UNIDAD DE MEDICIÓN DE LA CALIDAD EDUCATIVA (UMC-MINISTERIO DE EDUCACIÓN). (2011). "Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en matemática" (Informe para el docente de los resultados de la Evaluación Censal a Estudiantes-2011). Lima.

## Enlaces Web

- BARRANTES, H (2006). Resolución de problemas: El Trabajo de Allan Schoenfeld, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes>.
- NISS, M. (2011). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/download/672/678>
- Niss, M.(2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish
- kom project, recuperado el 1 de enero de 2013,[http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa\\_niss.pdf](http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf)
- MARSHALL, A (2010). Discover strategies to engage young math students in competently using multiple representations, recuperado el 1 de enero de 2013, [http://www.nctm.org/eresources/view\\_media.asp?article\\_id=9351](http://www.nctm.org/eresources/view_media.asp?article_id=9351)
- OECD (2010). PISA 2012, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012draftframeworks-mathematicsproblemsolvingandfinancialliteracy.htm>

